

Bitte Namen, Vornamen und Matrikel-Nr. einsetzen.

Name:

Vorname:

Matrikel-Nr.:

Aufgabe:	1	2	3	\emptyset
Note:				

Jede Aufgabe wird mit A (gut), B (ausreichend) oder C (nicht ausreichend) bewertet. Die Gesamtnote ergibt sich als Durchschnitt der Einzelnoten.

Aufgabe 1: Gegeben sei die Halbkugel

$$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \quad z \geq 0\}$$

mit Dichte $\rho = 1$. Berechnen Sie den Schwerpunkt der Halbkugel H .

Aufgabe 2: a) Lösen Sie die Differentialgleichung

$$\dot{r}(t) = \frac{1}{5}t r(t) \text{ mit dem Anfangswert } r(0) = r_0 > 0.$$

b) Betrachten Sie die gewöhnliche Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = f(t, y(t)), \quad y(0) = y_0.$$

Geben Sie zu einem Zeitschritt $\tau > 0$ das Cauchy-Euler-Verfahren an. Wenden Sie dieses dann auf das Anfangswertproblem aus Teilaufgabe a) an.

c) Von welcher Konvergenzordnung ist dieses Verfahren für eine stetig differenzierbare Funktion f und was bedeutet dies für den Approximationsfehler?

Aufgabe 3: Differenzieren Sie die durch

$$f(x) = \int_{2x}^{3x} x^3 y^2 + \frac{1}{\log y} dy \quad \text{für } x \geq 1$$

definierte Funktion f nach x und schreiben Sie die Lösung ohne Integral.