Algorithmische Mathematik I

Wintersemester 2009/2010
Prof. Dr. Mario Bebendorf
Dr. Jan Hamaekers

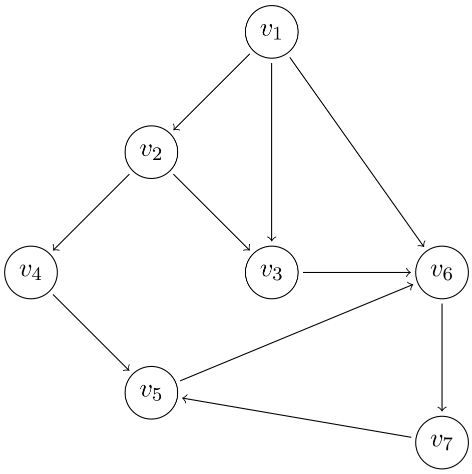
universitätbonn

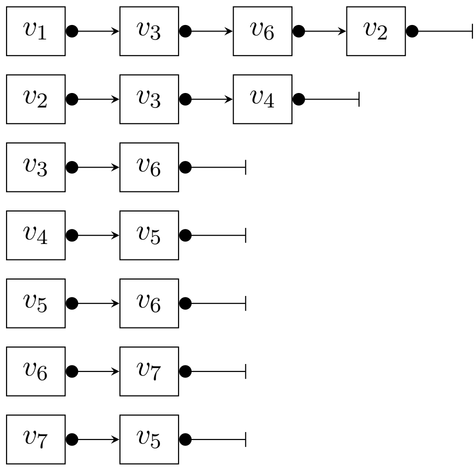
Übungsblatt 8. Abgabe am **Montag, 21.12.2009 (vor der Vorlesung)**.

Aufgabe 1. (Tiefensuche/Breitensuche)

a) Geben Sie die Besuchsreihenfolge der Knoten an, wenn in folgendem Graphen mit der angegebenen Adjazenzliste eine *Tiefensuche* beginnend in Knoten v_2 durchgeführt wird, wobei nur die von v_2 erreichbaren Knoten besucht werden. Skizzieren Sie zudem den DFS-Graphen.

b) Geben Sie die Besuchsreihenfolge der Knoten an, wenn in folgendem Graphen mit der angegebenen Adjazenzliste eine *Breitensuche* beginnend in Knoten v_1 durchgeführt wird, wobei nur die von v_1 erreichbaren Knoten besucht werden. Skizzieren Sie zudem den BFS-Graphen.





(10 Punkte)

Aufgabe 2. (Knotengrad)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph und $u, v \in V$ die einzigen Knoten ungeraden Knotengrades[1] in G. Zeigen Sie, daß ein Weg von u nach v in G existiert.
Hinweis: Sie können Aufgabe 4 von Übungsblatt 7 verwenden.

(10 Punkte)

Aufgabe 3. (Ungerichteter Graph)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit $n = |V| \geq 3$ Knoten. Zeigen Sie, daß dann folgende Aussagen gelten:

a)
$$|E| = \frac{1}{n-2} \sum_{v \in V} |E'(v)|.$$

[1] Bemerkung: Für einen ungerichteten Graphen ist der Knotengrad für $v \in V$ gegeben durch $\deg v = |\mathrm{suc}(v)| = |\mathrm{pre}(v)|$.

Dabei sei $G'(v) = (V'(v), E'(v))$ derjenige Graph, der aus G durch Streichung von v sowie allen an v anliegenden Kanten entsteht.

b) Falls nun $n > 3$ und $|E| > \frac{n^2}{4}$ gilt, so gibt es einen Knoten $v \in V$, so daß $G'(v)$ mehr als $\frac{(n-1)^2}{4}$ Kanten hat.

c) Falls G mehr als $\frac{n^2}{4}$ Kanten hat, so gibt es in G ein Dreieck (d.h. einen Kreis der Länge 3).

(10 Punkte)

Aufgabe 4. (Zusammenhang)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Dann bezeichnen wir mit $\overline{G} = (V, \overline{E})$ den Komplementgraph von G, in dem zwei Knoten genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn sie es in G *nicht* sind.

Zeigen Sie, daß gilt:

$$G \text{ nicht zusammenhängend} \Rightarrow \overline{G} \text{ ist zusammenhängend.}$$

Bemerkung: Dies ist äquivalent zu der Aussage „G oder $\overline{G}$ ist zusammenhängend“.

(10 Punkte)