Institut für Numerische Simulation
Universität Bonn
Prof. Dr. Helmut Harbrecht
Ryad Husseini

Übungen zur Vorlesung Algorithmische Mathematik II

1. Aufgabenblatt vom 7.4.2008

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei Ω eine Menge, $\mathscr{A}$ eine σ-Algebra auf Ω sowie $A_1, \ldots, A_n \in \mathscr{A}$. Beschreiben Sie für $1 \leq k \leq n$ die folgenden Ereignisse mengentheoretisch:

a) Genau k der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ treten ein.

b) Mindestens k der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ treten ein.

c) Höchstens k der Ereignisse $A_1, \ldots, A_n$ treten ein.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Geben Sie alle auf der Menge $\Omega = \{1, 2, 3\}$ möglichen σ-Algebren an.

b) Auf $\Omega = \mathbb{R}$ sei das Teilmengensystem $\mathscr{M} = \{\{x\} : x \in \mathbb{R}\}$ gegeben. Bestimmen Sie die kleinste σ-Algebra $\mathscr{A}$, die die Mengen aus $\mathscr{M}$ enthält.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei Ω eine Menge, $\mathscr{A}$ eine σ-Algebra auf Ω sowie $P\colon \mathscr{A} \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit den folgenden Eigenschaften:

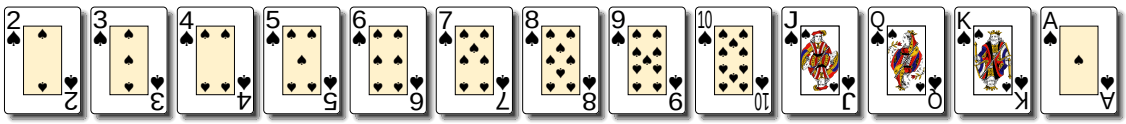
- $P(\Omega) = 1$, und für alle $A \in \mathscr{A}$ gilt $P(A) \geq 0$.
- P ist *additiv*, d.h. falls $A_1, \ldots, A_n \in \mathscr{A}$ paarweise disjunkt sind, so gilt $P(\bigcup_{k=1}^n A_k) = \sum_{k=1}^n P(A_k)$.
- P ist *von unten stetig*, d.h. für jede aufsteigende Folge $A_1 \subset A_2 \subset \ldots \subset \Omega$, $A_k \in \mathscr{A}$ gilt

$$P\Big(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\Big) = \lim_{n\to\infty} P(A_n).$$

Beweisen Sie, daß P dann auch σ-additiv ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

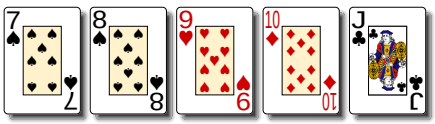
Ein Pokerblatt besteht aus 52 Karten in vier Farben (Karo ♦, Herz ♥, Pik ♠ und Kreuz ♣), wobei die Karten einer Farbe jeweils folgende Anordnung haben:



Ein Spieler zieht nun zufällig 5 Karten ohne Zurücklegen (wobei es im folgenden auf die Reihenfolge der gezogenen Karten nicht ankommt!).

a) Wieviele unterschiedliche Kombinationen gibt es?

b) Wieviele Kombinationen bilden eine Straße, d.h. eine Reihe aufeinanderfolgender Karten (nicht notwendigerweise aus Karten der gleichen Farbe)? Beispiel für eine Straße:



c) Wieviele Kombinationen sind ein straight flush, d.h. eine Straße aus Karten der gleichen Farbe?

Abgabe: 14.4.2008, in der Vorlesungspause