Institut für Numerische Simulation
Universität Bonn
Prof. Dr. Helmut Harbrecht
Christian Bayer

Übungen zur Vorlesung Algorithmische Mathematik II

11. Aufgabenblatt vom 23.6.2008

Aufgabe 40 (10 Punkte)

Man berechne die Koeffizienten des kubischen Splines $s : [0,2] \to \mathbb{R}$,

$$s(x) = \sum_{j=-1}^{3} \alpha_j B_3(x-j)$$

durch die Stützpunkte

i	0	1	2
x_i	0	1	2
y_i	1	5	1

mit den natürlichen Randbedingungen $s''(0) = s''(2) = 0$.

Aufgabe 41 (10 Punkte)

Man berechne die Koeffizienten des quadratischen Splines $s : [0,3] \to \mathbb{R}$,

$$s(x) = \sum_{j=0}^{4} \alpha_j B_2(x + 1/2 - j),$$

der die Stützstellen

i	0	1	2
x_i	1/2	3/2	5/2
y_i	0	3/4	0

mit den Randbedingungen $s'(0) = -1$ und $s'(3) = 1$ interpoliert.

Aufgabe 42 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass die B-Splines eine *Zerlegung der Eins* bilden, d. h., dass

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} B_m(x-k) = 1$$

für alle $x \in \mathbb{R}$ und $m \in \{1, 2, \ldots\}$.

Aufgabe 43 (10 Punkte)

Neben den in der Vorlesung vorgestellten Interpolations- und Approximationsverfahren ist auch die Approximation bzw. Interpolation durch rationale Funktionen weit verbreitet (*Padé-Approximation*). Im folgenden ist eine Padé-Approximation des Kosinus durchzuführen. Genauer gesagt, bestimmen Sie die Koeffizienten der rationalen Funktion

$$r(x) = \frac{a_0 + a_2 x^2 + a^4 x^4}{1 + b_2 x^2},$$

so dass die Differenz zwischen r und cos die folgende Potenzreihendarstellung besitzt:

$$\cos(x) - r(x) = \gamma_8 x^8 + \gamma_{10} x^{10} + \cdots .$$

Abgabe: 30.6.2008, in der Vorlesungspause