Institut für Numerische Simulation
Universität Bonn
Prof. Dr. Helmut Harbrecht
Ryad Husseini

Übungen zur Vorlesung Algorithmische Mathematik II

2. Aufgabenblatt vom 14.4.2008

Aufgabe 5 (10 Punkte)

Sei $(\Omega, \mathscr{A}, P)$ ein Wahrscheinlichkeitsraum sowie $A, B, C \in \mathscr{A}$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

a) Zieht das Eintreten des Ereignisses A stets das Eintreten des Ereignisses B nach sich, so gilt $P(A) \leq P(B)$.

b) Zieht das gleichzeitige Eintreten von A und B stets das Eintreten von C nach sich, so gilt $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$.

c) $P(A \Delta B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$.

d) $|P(A) - P(B)| \leq P(A \Delta B)$.

e) $P(A \Delta C) \leq P(A \Delta B) + P(B \Delta C)$.

Dabei ist die *symmetrische Differenz* zweier Mengen A und B als $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ definiert.

Aufgabe 6 („Geh aufs Ganze“) (10 Punkte)

Das Finale der Spielshow „Geh aufs Ganze“, einer Adaption der amerikanischen Spielshow „Let’s make a deal“, läuft wie folgt ab: Der Spieler muß zwischen drei Türen wählen. Hinter einer der Türen befindet sich der Hauptpreis, hinter den anderen beiden Nieten. Nachdem der Spieler sich für eine der Türen entschieden hat, öffnet der Moderator eine der anderen Türen – und zwar eine, hinter der sich eine Niete befindet. Dem Spieler wird nun die Gelegenheit gegeben, seine Entscheidung noch einmal zu ändern.

Wie soll sich der Spieler verhalten? Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 7 (Banachs Streichholzproblem) (10 Punkte)

Der berühmte polnische Mathematiker Stefan Banach (1892–1945) hat in seiner linken und in seiner rechten Jackentasche jeweils ein Streichholzschächtelchen mit je N Streichhölzern. Jedesmal, wenn er Feuer benötigt, wählt er mit gleicher Wahrscheinlichkeit zufällig eine Jackentasche aus und nimmt ein Streichholz aus der entsprechenden Schachtel. Das wiederholt er solange, bis er eine leere Schachtel auswählt.

Berechnen Sie die Verteilung der Anzahl der Streichhölzer in der anderen Schachtel, d.h. für alle $0 \leq k \leq N$ die Wahrscheinlichkeit, daß sich in der anderen Schachtel noch k Streichhölzer befinden.

Aufgabe 8 (10 Punkte)

Skat ist ein Spiel für drei Spieler A, B und C, das mit einem Blatt aus 32 Karten – 7♥, 8♥, 9♥, 10♥, J♥, Q♥, K♥ und A♥ in den Farben Karo ♦, Herz ♥, Pik ♠ und Kreuz ♣ – gespielt wird. Zu Beginn des Spiels erhält jeder der Spieler 10 Karten, die zwei verbleibenden Karten werden als Skat oder Stock verdeckt abgelegt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

a) Spieler A erhält alle vier Buben.

b) Irgendein Spieler erhält alle vier Buben.

c) Spieler A erhält mindestens ein As.

d) Es liegen eine Dame und ein As im Skat.

Abgabe: 21.4.2008, in der Vorlesungspause