



Einführung in die Numerik

Wintersemester 2008/2009
Prof. Dr. H. Harbrecht
Dr. M.A. Schweitzer



Übungsblatt 1.

Abgabe am **Dienstag, 28.10.2008.**

Aufgabe 1. (*LR*-Zerlegung)

Berechnen Sie die *LR*-Zerlegung mit Spaltenpivotisierung

$$\mathbf{PA} = \mathbf{LR},$$

d.h. die Faktoren \mathbf{L} , \mathbf{R} und \mathbf{P} der Matrix

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} 1 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 3 \\ 4 & 7 & 0 \end{bmatrix}.$$

(10 Punkte)

Aufgabe 2. (Cholesky-Zerlegung)

Berechnen Sie die Cholesky-Zerlegung

$$\mathbf{A} = \mathbf{LL}^T$$

der Matrix

$$\mathbf{A} := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 13 & 23 \\ 4 & 23 & 77 \end{bmatrix}.$$

(10 Punkte)

Aufgabe 3. (Normalengleichung)

Bestimmen Sie diejenige Parabel $p(x) = a + bx + cx^2$, für die zu den Daten

i	0	1	2	3
x_i	-1	0	1	2
y_i	1	0	1	0

die Summe der Fehlerquadrate

$$\sum_{i=0}^3 (p(x_i) - y_i)^2$$

minimal wird. Lösen Sie dazu die *Normalengleichungen*.

(10 Punkte)

Aufgabe 4. (Least-Squares-Funktional)

Sei $\Phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $\Phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2^2$, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$. Bestimmen Sie $\nabla \Phi$ und charakterisieren Sie die kritischen Punkte von Φ .

(10 Punkte)