

Aufgabe 8: Berechnen Sie die Lagrange-Basisfunktionen des simplizialen Polynomraumes $\tilde{\mathcal{P}}_2^3$.

Aufgabe 9: Interpolieren Sie die Funktion

$$f(x, y) = \sin(2\pi x) \sin(\pi y)$$

auf $[0, 1]^2$ mittels bikubischer Polynome ($m = 2, n = 3$). Wählen Sie dazu geeignete Knoten und berechnen Sie nur die Lagrangepolynome, die Sie tatsächlich benötigen.

Aufgabe 10: Numerische Integration erfolgt zumeist mittels Zerlegung des Integrationsgebietes in Teilgebiete, gefolgt vom Einsatz einer lokalen, approximativen Integrationsformel auf jedem Teilgebiet.

Aus welcher Zerlegung in Intervalle und welchem lokalen Integrationsansatz gehen die folgenden Formeln hervor:

$$(i) \quad T(h) = h \left(\frac{f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) + \frac{f(b)}{2} \right) \quad (\text{Trapezregel}),$$

$$(ii) \quad S(h) = \frac{h}{6} \left[f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(a + ih) + 4 \sum_{i=1}^n f(a + ih - \frac{h}{2}) + f(b) \right]$$

(Simpsonregel).