



Numerische Mathematik

Sommersemester 2012
Prof. Dr. Carsten Burstedde
Jutta Adelsberger, Daniel Wissel



Übungsblatt 1.

Abgabe am **Dienstag, 17.04.2012**

Aufgabe 1. (Polynominterpolation) (4 Punkte)

Die Funktion $f(x) = \cos(\frac{\pi x}{4})$ soll in den Punkten $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ durch ein quadratisches Polynom $P(x)$ interpoliert werden.

- Werten Sie P an der Stelle $z = \frac{1}{2}$ mit dem Neville–Schema aus.
- Geben Sie P in der Lagrange- und in der Newton–Darstellung an.

Aufgabe 2. (Vandermonde-Matrizen) (4 Punkte)

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$Vx = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & -2 & 4 & -8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \\ 15 \end{bmatrix}.$$

- Formulieren Sie ein äquivalentes Polynom–Interpolationsproblem und bestimmen Sie dessen Lösung.
- Lösen Sie das lineare Gleichungssystem, ohne dabei die Matrix zu invertieren.

Aufgabe 3. (Newton–Interpolation) (6 Punkte)

- Aus der folgenden Messtafel ist leider ein Wert verloren gegangen.

x_i	0	1	2	3	4
f_i	1	1	2	?	5

Werten Sie das durch die übrigen Daten definierte Interpolationspolynom an der fehlenden Stelle $x = 3$ aus *ohne* das Polynom explizit aufzustellen. Verwenden Sie dazu den Aitken–Algorithmus.

- Stellen Sie jetzt das Interpolationspolynom mit Hilfe des Newton–Algorithmus auf, verwenden Sie dabei dividierte Differenzen zur Berechnung der Polynomkoeffizienten. Werten Sie es anschließend an der Stelle $x = 3$ mit dem Horner–Schema aus.
- Im Nachhinein stellt sich heraus, daß der fehlende Wert 3 ist. Ergänzen Sie Ihr Differenzenschema um den neuen Punkt (ohne es komplett neu aufzustellen) und werten Sie das durch alle Punkte gehende Interpolationspolynom an der Stelle $x = 5$ aus.

Programmieraufgabe 1. (Neville)

(10 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm, welches zu gegebenen $n + 1$ Stützpunkten (x_i, f_i) das zugehörige interpolierende Polynom vom Grad $\leq n$ mittels Neville-Schema an einer beliebigen Stelle auswertet. Testen Sie Ihren Code anhand der Zahlenbeispiele in Aufgabe 3 a) und c)!

Abgabe **Mi 25.04.** und **Do 26.04.** im **CIP-Pool** (www.iam.uni-bonn.de/pcpool/).
Ab Mi 18.04. hängt eine Terminliste für diese beiden Tage aus; bitte tragen Sie sich in 2–3er Gruppen ein. Die Liste befindet sich Mo–Mi im CIP-Pool der Wegelerstraße,
Do–Fr im CIP-Pool der Endenicher Allee.

Gesamtpunktzahl: 14 + 10 Punkte