

Aufgabe 1: a) Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$g(x) = \sin^n(x) - \sin(x^n).$$

b) Ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

stetig? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) Ist die Funktion f aus Teil b) differenzierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: Gegeben ist die Ebene

$$E = \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Bestimmen Sie die Normalform von E , d.h. einen Vektor $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^3$ und eine Zahl $d \in \mathbb{R}$, so dass $E = \{\mathbf{x} : \mathbf{n} \cdot \mathbf{x} - d = 0\}$.

b) Prüfen Sie, ob der Punkt $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ in der Ebene liegt.

c) Geben Sie die Gleichung der Geraden an, die senkrecht zu E ist und durch \mathbf{p} verläuft.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie die Gleichung des Tangentialraumes an den Graphen der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = e^x \sin y$$

im Punkt $(\tilde{x}, \tilde{y}, f(\tilde{x}, \tilde{y}))$.

Aufgabe 4: Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

a) Bestimmen Sie die Richtungsableitungen in Richtung $v = (v_1, v_2)$, mit $\|v\| = 1$, im Ursprung.

b) Ist f im Ursprung (total) differenzierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

Hinweis: Betrachten Sie die Richtungsableitung in Richtung $(1, 1)$.

Die Übungsblätter, Musterlösungen und das Skript in der jeweils aktuellen Fassung finden Sie auch auf der Webseite zur Vorlesung:

<http://numod.ins.uni-bonn.de/teaching/ss13/ingmath2/>