Übungen zur Ingenieur-Mathematik II **SS 2013**
Blatt 10 **18.06.2013**

Aufgabe 1: Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -y_2(t) \\ y_1(t) \end{pmatrix}$$

mit den Anfangswerten $y_1(0) = 1$ und $y_2(0) = 0$.
Lösen Sie diese Differentialgleichung näherungsweise mit MATLAB unter Verwendung

a) des Eulerschen Polygonzugverfahrens

b) des Cauchy-Euler-Verfahrens

für $t \in [0, 2\pi]$. Verwenden Sie die konstante Zeitschrittweite $\tau = \frac{2\pi}{20}$. Zeichen Sie die Lösungskurve und ihre beiden Approximationen. Berechnen Sie für beide Verfahren den Fehler zur Zeit 2π für $\tau = \frac{2\pi}{20}$, $\tau = \frac{2\pi}{40}$ sowie $\tau = \frac{2\pi}{80}$.

Aufgabe 2: Prüfen Sie, ob die folgenden Mengen offen, abgeschlossen, und/oder beschränkt sind:

a) $B_1(y) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x - y\| < 1\}$

b) $B_1(0) \backslash B_1((1, 0, \ldots, 0))$

c) $\mathbb{R}^n \backslash (B_1(0) \cup B_1((2, 0, ..., 0)))$

d) $B_1(0) \cap B_1((1, 0, \ldots, 0))$

Aufgabe 3: Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$f(x) := \int\limits_{-x^2}^{x^2} \frac{\sin(xy)}{y}\, dy.$$

Aufgabe 4: Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei stetig. Betrachten Sie die durch

$$x(t) := \frac{1}{k} \int_0^t f(u)\, \sin(k(t-u))\, du$$

definierte Funktion.

a) Berechnen Sie $\dot{x}(t)$ und $\ddot{x}(t)$.

b) Zeigen Sie, dass die Funktion $x = x(t)$ eine Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{x}(t) + k^2 x(t) = f(t)$$

ist und die Anfangswertbedingungen $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ erfüllt.