Aufgabe 1: Berechnen Sie durch geschachtelte Integration

- a) den Flächeninhalt des Einheitsdreiecks, d.h. des Dreiecks mit den Eckpunkten (0,0),(1,0),(0,1),
- b) das Volumen des Einheitstetraeders, d.h. des Tetraeders mit den Eckpunkten (0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1).
- **Aufgabe 2:** Betrachten Sie das Sechseck, das durch die Punkte  $P_1 = (2, -1)$ ,  $P_2 = (0, -2)$ ,  $P_3 = (-2, -1)$ ,  $P_4 = (-2, 1)$ ,  $P_5 = (0, 2)$  und  $P_6 = (2, 1)$  gegeben ist. Die eingeschlossene Fläche bezeichen wir mit H. Berechnen Sie die Fläche (das zweidimensionale Volumen) von H.
- **Aufgabe 3:** Berechnen Sie das Volumen des von den folgenden Flächen begrenzten Körpers

$$x + y + z = 6$$
,  $x = 0$ ,  $z = 0$ ,  $x + 2y = 4$ ,

indem Sie das Volumen als Dreifachintegral schreiben.

**Aufgabe 4:** Berechnen Sie das Volumen des Volltorus, der durch Rotation der Kreisscheibe

$$K = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = 0, (x - b)^2 + z^2 \le a^2 \}$$

mit 0 < a < b um die z-Achse entsteht.

**Tipp:** Bei einem Integranden der Form  $\sqrt{a^2 - z^2}$  und Integration in der Variablen z bietet sich die Substitution  $z := a \sin(t)$  an.