Wissenschaftliches Rechnen II

Sommersemester 2013
Prof. Dr. Burstedde
Patrick Diehl

universitätbonn

Übungsblatt 1.

Abgabe am **Dienstag (23.04.2013) vor der Vorlesung**.

Aufgabe 1. (Symmetrisches SOR-Verfahren [4 Punkte])

Zeigen Sie, dass beim SSOR-Verfahren

$$M^{-1} = \omega(2-\omega)(D-\omega R)^{-1} D (D-\omega L)^{-1}$$

gilt.

Aufgabe 2. (Eigenwerte [8 Punkte])

Für die Finite-Differenzen-Diskretisierung der Possionsgleichung haben die Matrix A und die Matrix G_G folgende Eigenvektoren:

$$(z^{kl})_{ij} = \sin\left(\frac{ik\pi}{m}\right) \sin\left(\frac{jl\pi}{m}\right)$$

und jeweils folgende Eigenwerte:

$$\left.\begin{aligned} \lambda_{kl}(A) &= \quad 4 - 2\cos\left(\frac{k\pi}{m}\right) - 2\cos\left(\frac{l\pi}{m}\right) \\ \lambda_{kl}(G_G) &= \quad \frac{1}{2}\cos\left(\frac{k\pi}{m}\right) + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{l\pi}{m}\right) \end{aligned}\right\} 1 \leq k, l < m$$

(a) Zeigen Sie, dass $\lambda_{kl}(A)$ bzw. $\lambda_{kl}(G_G)$ Eigenwerte von A bzw. G_G zu den Eigenvektoren $(z^{kl})_{ij}$ sind.

(b) Zeigen Sie, dass für den betragsmäßigsten größten Eigenwert von G_G $k = l = 1$ oder $k = l = m - 1$ gilt.

Aufgabe 3. (Einzelschritt- und Gesamtschrittverfahren [4 Punkte])

Welches Verfahren, angewendet auf die Matrix A konvergiert?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$