Wissenschaftliches Rechnen II

Sommersemester 2013
Prof. Dr. Burstedde
Patrick Diehl

universitätbonn

Übungsblatt 10. Abgabe am **Dienstag (09.07.2013) vor der Vorlesung**.

Aufgabe 30. (Totale Variation [6 Punkte])

Berechnen Sie die totale Variation für die Funktion

$$q(x) = \begin{cases} 1 \quad \text{if } x < 0, \\ \sin(\pi x), \quad \text{if } 0 \leq x \leq 3, \\ 2 \quad \text{if } x > 3. \end{cases}$$

Aufgabe 31. (TVD-Methode [4 Punkte])

Zeigen Sie, dass jede TVD-Methode monotonieerhaltend ist.
Hinweis:
Beachten Sie, dass eine monotonieerhaltende Methode auf allgemeineren Daten keine TVD-Methode sein muss.

Aufgabe 32. (TVD-Methoden [10 Punkte])

(a) Zeigen Sie, dass für jede Funktion $q(x)$ die Bedingung $TV(Q^{n+1}) \leq TV(\tilde{q}^n(\cdot, t_{n+1}))$ gilt, wenn für Q_i diskrete Werte, aus dem Durchschnitt von $q(x)$ über der Gitterzelle, verwendet werden.
Hinweis:
Verwenden Sie (3.4.13) und die Annahme, dass der Durchschnittswert von $q(x)$ zwischen dem Minimum und dem Maximum der Zelle liegt.

(b) Zeigen Sie, dass für die minmod-Steigung (3.4.19) die Bedingung $TV(Q^{n+1}) \leq TV(\tilde{q}^n(\cdot, t_{n+1}))$ gilt.

Programmieraufgabe 4. ([8+12 Punkte])

(a) Implementieren Sie die korrigierte Upwindmethode für die minmod- (3.4.19), die superbee- (3.4.20) und die MC-Steigung (3.4.22). Simulieren Sie für $h = 2^{-7}$ einen, zwei und fünf periodische Umläufe auf $[0, 1]$. Vergleichen Sie die Ergebnisse unter Verwendung der Anfangsbedingungen und $I_2(x)$ aus der dritten Programmieraufgabe. Es gilt $\overline{u} = 1$.

(b) Implementieren Sie die lineare Akustikgleichung für $\overline{u} = 0$ mit dem MC-Limiter für Systeme. Wählen Sie eine Anfangsbedingung, die bei einer Kante bei $x = 0.5$ zu zwei auseinander laufenden Wellen führt. Dieses Verhalten soll auch bei sehr feinen Werten für h auftreten. Plotten Sie das Ergebnis nach einem, zwei und fünf Umläufen.

Vorzuzeigen in der Übung am 17.07.2013