Wissenschaftliches Rechnen II

Sommersemester 2013
Prof. Dr. Burstedde
Patrick Diehl

universitätbonn

Übungsblatt 5. Abgabe am **Dienstag (28.05.2013) vor der Vorlesung**.

Aufgabe 13. (Schurindentität und Schurnorm [8 Punkte])

Sei $C \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ invertierbar. C und C^{-1} seien partitioniert gemäß

$$C = \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix}, \quad A, B \text{ invertierbar}, \qquad C^{-1} = \begin{pmatrix} E & F \\ G & H \end{pmatrix}.$$

(a) Beweisen Sie die *Identität von Schur:*

$$E = H = (A - BA^{-1}B)^{-1}, \quad F = G = (B - AB^{-1}A)^{-1}.$$

(b) Zeigen Sie, dass die Schurnorm submultiplikativ ist und mit der Euklidnorm $\|Ax\|_2 \leq \|A\|_F \|x\|_2$ verträglich ist.

Die Schurnorm oder Frobeniusnorm $\|\cdot\|_F$ (benannt nach Issai Schur bzw. Ferdinand Georg Frobenius) ist für eine reelle oder komplexe $m \times n$ Matrix A definiert als:

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|^2}$$

Aufgabe 14. (Unterproblem Dirichlet-Neumann [8] Punkte)

Zeigen Sie, dass für den Algorithmus 2.1 (Dirchlet-Neumann) die Interationsmatrix $G = \mathbb{1} - \Theta(S^{(2)^{-1}} S^{(1)} + \mathbb{1})$ (2.2.7) entsteht.

Aufgabe 15. (Unterproblem Neumann-Neumann [4] Punkte)

Zeigen Sie, dass für den Algorithmus 2.2 (Neumann-Neumann) die Interationsmatrix $G = \mathbb{1} - \Theta F S$ (2.2.13) entsteht.

Hinweis:
Die Zahlen in den Klammern verweisen auf die jeweilige Iterationsmatrix im Tafelaufschrieb.