



Wissenschaftliches Rechnen II

Sommersemester 2013
Prof. Dr. Burstedde
Patrick Diehl



Übungsblatt 9. Abgabe am Dienstag (02.07.2013) vor der Vorlesung.

Aufgabe 27. (Lineare Systeme [8 Punkte])

(a) Leiten Sie für lineare Systeme $q_t + Aq_x = 0$ ausgehend von (3.3.33,34) die Formel

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(\sum_{p=1}^m (\lambda^p)^+ W_{i-1/2}^p + \sum_{p=1}^m (\lambda^p)^- W_{i+1/2}^p \right)$$

her.

(b) Zeigen Sie, ausgehend von (3.3.39), dass

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^+ \Delta Q_{i-1/2} &= A^+ \Delta Q_{i-1/2} \\ \mathcal{A}^- \Delta Q_{i-1/2} &= A^- \Delta Q_{i-1/2} \end{aligned}$$

gilt.

Aufgabe 28. (Integration der stückweisen linearen Lösung [6 Punkte])

Zeigen Sie, dass für die Advektionsgleichung $q_t + \bar{u}q_x = 0$ mit konstantem, skalarem Koeffizienten $\bar{u} > 0$ durch die Integration der stückweisen linearen Lösung $\tilde{q}^n(x, t_{n+1})$

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\bar{u}\Delta t}{\Delta x} (Q_i^n - Q_{i-1}^n) - \frac{1}{2} \frac{\bar{u}\Delta t}{\Delta x} (\Delta x - \bar{u}\Delta t) (\sigma_i^n - \sigma_{i-1}^n)$$

resultiert.

Aufgabe 29. (Downwind-Slope [6 Punkte])

Zeigen Sie, dass die Downwind-Steigung $\sigma_i^n = \frac{Q_{i+1}^n - Q_i^n}{\Delta x}$ eingesetzt in die Methode

$$Q_i^{n+1} = Q_i^n - \frac{\bar{u}\Delta t}{\Delta x} (Q_i^n - Q_{i-1}^n) - \frac{1}{2} \frac{\bar{u}\Delta t}{\Delta x} (\Delta x - \bar{u}\Delta t) (\sigma_i^n - \sigma_{i-1}^n)$$

aus der vorangehenden Aufgabe die Lax-Wendroff-Methode ergibt.