Algorithmische Mathematik II, Stochastik für Lehramt

Sommersemester 2014
Prof. Dr. Jochen Garcke
Dr. Jutta Adelsberger

universitätbonn

Übungsblatt 1.

Abgabe am **Montag, 14.4.2014**

Aufgabe 1. (Mengenlehre) (6 Punkte)

Gegeben seien jeweils zu einer Menge Ω zwei Teilmengen A und B in folgender Weise:

a) $\Omega = \{1, 2, \ldots, 20\}$, $A = \{4, 5, 6, 7, 9, 11\}$, $B = \{3, 5, 9, 20\}$.

b) $\Omega = \mathbb{R}$, $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < 3\}$, $B = [0, \infty)$.

Bilden Sie die Mengen $\bar{A}$, $\bar{B}$, $A \cap B$, $A \cup B$, $\overline{A \cup B}$, $\bar{A} \cap \bar{B}$, $B \cap \bar{A}$, $(\bar{A} \cup \bar{B}) \cap \bar{B}$, $B \cup (\overline{B \cap \bar{A}})$.

Aufgabe 2. (Zufällige Ereignisse) (6 Punkte)

Bei der Gütekontrolle von zwei Bauteilen wird für jedes Teil festgestellt, ob es sofort verwendbar ist, ob Nacharbeit erforderlich ist oder ob das Teil Ausschuss ist.

a) Geben Sie alle Elementarereignisse an.

b) Stellen Sie folgende Ereignisse mit Hilfe der Elementarereignisse dar:

A : Beide Teile sind sofort verwendbar.

B : Es ist keine Nacharbeit erforderlich.

C : Höchstens eines der beiden Teile ist Ausschuss.

D : Mindestens eines der beiden Teile ist Ausschuss.

c) Welche Bedeutung haben die Ereignisse $E_1 = A \cup B$, $E_2 = A \cup D$, $E_3 = A \cap B$, $E_4 = A \cap \bar{C}$, $E_5 = \overline{A \cap D}$?

Aufgabe 3. (σ-Algebra) (2 Punkte)

Zwei Schachspieler spielen eine Partie. Das Ereignis A liege vor, falls der erste Spieler gewinnt, das Ereignis B, falls der zweite gewinnt. Welche zufälligen Ereignisse wären noch hinzuzufügen, damit eine σ-Algebra entsteht?

Aufgabe 4. (σ-Algebra) (6 Punkte)

a) Geben Sie alle auf der Menge $\Omega = \{1, 2, 3\}$ möglichen σ-Algebren an.

b) Auf $\Omega = \mathbb{R}$ sei das Teilmengensystem $\mathcal{M} = \{\{x\} : x \in \mathbb{R}\}$ gegeben. Bestimmen Sie die kleinste σ-Algebra $\mathcal{A}$, die die Mengen aus $\mathcal{M}$ enthält.

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte