Algorithmische Mathematik II, Stochastik für Lehramt

Sommersemester 2014
Prof. Dr. Jochen Garcke
Dr. Jutta Adelsberger

universitätbonn

Übungsblatt 3.

Abgabe am **Montag, 28.4.2014**

Aufgabe 10. (Urnenmodell nach Pólya) (8 Punkte)

In einer Urne befinden sich anfangs r rote und s schwarze Kugeln. In jedem Zug wird eine Kugel gezogen und zusammen mit einer weiteren Kugel derselben Farbe zurück in die Urne gelegt. Nach dem n-ten Zug befinden sich also $r + s + n$ Kugeln in der Urne.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten, dass im $n+1$-ten Zug eine rote bzw. schwarze Kugel gezogen wird.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in den ersten n Ziehungen jeweils im k-ten Zug, $1 \leq k \leq n$, eine Kugel der Farbe $F_k \in \{\text{rot}, \text{schwarz}\}$ gezogen wird?

c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nach dem n-ten Zug k rote Kugeln gezogen wurden.

d) Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten aus b) und c) für $r = s = 1$? Was beobachten Sie?

Aufgabe 11. (Bedingte Wahrscheinlichkeiten) (4 Punkte)

Im Rahmen einer Studie werden Schüler befragt, ob sie schon einmal abgeschrieben haben. Um Anonymität zu gewährleisten, benutzt man das folgende Verfahren: Jeder Befragte wirft erst für sich einen Würfel. Hat er eine Eins gewürfelt, so antwortet er immer mit Nein, bei einer Sechs immer mit Ja. In allen anderen Fällen sagt er die Wahrheit. In der Umfrage antworten schließlich $\frac{2}{3}$ der Teilnehmer mit Ja.

a) Wie hoch ist der Anteil der Schüler, die schon einmal gespickt haben?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schüler, der in der Umfrage mit Ja geantwortet hat, tatsächlich schon einmal abgeschrieben hat?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass jemand, der mit Nein geantwortet hat, wirklich noch nie abgeschrieben hat?

Aufgabe 12. (Satz von Bayes) (2 Punkte)

Bei einer Eignungsprüfung sei ein Test zu bestehen. Ein geeigneter Bewerber bestehe den Test mit der Wahrscheinlichkeit 0,9, ein ungeeigneter Bewerber mit der Wahrscheinlichkeit 0,2. Erfahrungsgemäß erweisen sich ohne Test nur 40% der Bewerber als geeignet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann ein Bewerber, der den Test bestanden hat, tatsächlich geeignet?

Aufgabe 13. (Stochastische Unabhängigkeit) (2 Punkte)

Die Ereignisse A und B seien stochastisch unabhängig. Sind dann auch die Ereignisse $\bar{A} \cap B$ und $\bar{A} \cap \bar{B}$ stochastisch unabhängig?

Programmieraufgabe 1. (Würfel) (12 Punkte)

Die Aufgabe soll mit dem Softwarepaket Mathematica bearbeitet werden. Als Bonner Mathematikstudent erhalten Sie Mathematica kostenlos über die Campuslizenz. Speichern Sie Ihre Lösungen als Notebook (`.nb`).

a) Simulieren Sie mit Mathematica $k = 1000$ Würfelwürfe mit n sechsseitigen Würfeln, $n = 1, 2, 3, 4$, und geben Sie die relativen Häufigkeiten der Summe der Augenzahlen jeweils in einem Histogramm aus.
Hinweis: Machen Sie sich mit den Funktionen `RandomInteger`, `Table`, `Count`, `BarChart` vertraut.

b) Stellen Sie die Histogramme aus a) mit der Funktion `Manipulate` für flexibles $k = 1, \ldots, 1000$ dar.

c) Simulieren Sie ein Würfelspiel mit zwei gleichzeitig geworfenen Würfeln. Sie haben 20 Euro Startkapital, der Einsatz pro Spiel beträgt 1 Euro. Sie gewinnen 15 Euro, falls Sie eine 42 würfeln, und 3 Euro, falls Sie einen Pasch würfeln. Spielen Sie mindestens $k = 100$ Runden und stellen Sie die Entwicklung Ihres Kapitals mittels `ListPlot` dar. Was beobachten Sie für $k \to \infty$ und warum?

Abgabe **Mo 5.5.** bis **Fr 9.5.** im **CIP-Pool** (`www.iam.uni-bonn.de/pcpool/`).
Ab Mo 28.4. hängen Terminlisten aus, in die Sie sich bitte in Zweiergruppen eintragen. Für Vormittagstermine befindet sich die Liste im CIP-Pool der Endenicher Allee, für Nachmittagstermine im CIP-Pool der Wegelerstraße (dort finden dann auch jeweils die Abgaben statt).

Gesamtpunktzahl: 16 Punkte Theorie, 12 Punkte Praxis