

Aufgabe 22: Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

a) $e^{i\frac{\pi}{2}} = -i.$ ja nein

b) $e^{i\frac{\pi}{2}} = i.$ ja nein

c) $e^{i\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{i}.$ ja nein

d) $e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{i}.$ ja nein

e) $e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}(1+i).$ ja nein

Aufgabe 23: Lösen Sie die folgenden Gleichungen in \mathbb{C} . Geben Sie die Lösungen in der Form $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ an.

a) $z^3 = -8$

b) $z^2 = i$

c) $z^4 = -16$

d) $z = \frac{2+i}{2-i}$

Achtung: Berechnen Sie alle Lösungen!

Aufgabe 24: Skizzieren Sie die Lösungen der Gleichung

$$z^k = 1 \quad \text{für} \quad k = 2, 4, 8$$

in \mathbb{C} . Wie sehen alle Lösungen der Gleichung

$$z^k = 1, \quad k \in \mathbb{N}$$

in \mathbb{C} aus?

Aufgabe 25: Beweisen Sie: Bei einem Polynom mit reellen Koeffizienten treten echt komplexe Nullstellen immer als konjugierte Paare auf, d.h. falls $p(z) = 0$ dann auch $p(\bar{z}) = 0$.

Tipp: Beweisen Sie $p(\bar{z}) = \overline{p(z)}$ und folgern Sie daraus die Behauptung. Was ist \bar{r} für $r \in \mathbb{R}$?