



# Einführung in die Numerische Mathematik

Sommersemester 2015  
Prof. Dr. Jochen Garcke  
Patrick Diehl



## Übungsblatt 1.

Abgabe am **14.04.2015** vor der Vorlesung..

### Aufgabe 1. (6 Punkte)

Es sei  $M \subset \mathbb{R}^d$ . Zeigen Sie, dass  $\text{conv}(M)$  bzw.  $\text{cone}(M)$  gleich dem Durchschnitt aller konvexen Mengen bzw. aller konvexen Kegel ist, die  $M$  enthalten.

### Aufgabe 2. (6 Punkte)

Für  $x_1, \dots, x_m \in \mathbb{R}^d$  ist  $\sum_{i=1}^m \lambda_i x_i$  eine Konvexkombination, wenn  $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$  und  $\lambda_i \geq 0$ .

Die Menge aller Konvexkombination von Elementen aus  $M$  ist  $\text{conv}(M)$ . Zeigen Sie den Satz von Caratheodory: *Die konvexe Hülle einer Menge  $M \subset \mathbb{R}^d$  ist die Menge aller Konvexkombinationen von höchstens  $d + 1$ -elementigen Teilmengen von  $M$ .*

### Aufgabe 3. (6 Punkte)

Sei  $D \subset \mathbb{R}^d$  eine konvexe Menge. Eine Funktion  $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$  ist genau dann konvex über  $D$ , wenn für alle  $m \in \mathbb{N}$  mit  $m \geq 2$  und beliebige  $x_1, \dots, x_m \in D$  und beliebige  $\lambda_1, \dots, \lambda_m \geq 0$  mit  $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$  gilt

$$f\left(\sum_{i=1}^m \lambda_i x_i\right) \leq \sum_{i=1}^m \lambda_i f(x_i)$$

Beweisen Sie, dass diese Abschätzung gilt.

### Programmieraufgabe 1. (Wiederholung: Plotten mit matplotlib)

Plotten sie folgende Funktion

$$f(x) : (1, 8] \rightarrow \mathbb{R} = \begin{cases} -(x-2)^2 + 2 & ; x \in (1, 2] \\ 2 & ; x \in (2, 3] \\ -\frac{x}{2} + \frac{7}{2} & ; x \in (3, 4] \\ \frac{3}{2} & ; x \in (4, 5] \\ (9x-6)^3 + \frac{5}{2} & ; x \in (5, 6] \\ -\frac{x}{2} + \frac{11}{2} & ; x \in (6, 7] \\ -\frac{(x-7)^2}{4} + 2 & ; x \in (7, 8] \end{cases}$$

und geben sie die die lokalen und globalen Minima/Maxima, das Infimum und das Supremum an.

**Hinweis:** Verwenden Sie die Funktion *vectorize* aus der Bibliothek *numpy* um die Funktion zu plotten.

(8 Punkte)

Diese Aufgabe ist freiwillig zubearbeiten, allerdings wird dies als Vorbereitung empfohlen. Die Lösung wird auf der Webseite veröffentlicht.