



Einführung in die Numerische Mathematik

Sommersemester 2015
Prof. Dr. Jochen Garcke
Patrick Diehl



Übungsblatt 6.

Abgabe am **19.05.2015** vor der Vorlesung.

Aufgabe 1. Bestimmen Sie die Lösung des Optimierungsproblems.

$$\min_{x \in \mathbb{R}^3} \left\{ f(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \mid h(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3 - 8 = 0 \right.$$

(6 Punkte)

Aufgabe 2. (Konvexes Optimierungsproblem)

Wenn f konvex über M , g_i konvex über \mathbb{R}^d für alle $i \in \{1, \dots, m\}$ und h_j affin-linear für alle $j \in \{1, \dots, p\}$ gilt, dann wird das Optimierungsproblem als konvexes Optimierungsproblem bezeichnet.

Zeigen Sie, wenn $(x^\otimes, \lambda^\otimes, \mu^\otimes) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p$ ein KKT-Punkt des konvexen OPNB ist, dann ist x^\otimes eine Lösung des konvexen OPNB.

(6 Punkte)

Aufgabe 3. (Eindeutigkeit der Lagrangemultiplikatoren)

Zeigen Sie, wenn ein KKT-Punkt $(x^\otimes, \lambda^\otimes, \mu^\otimes) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^p$ des OPNB die LICQ-Regularitätsbedingung erfüllt, dann sind die zugehörigen Lagrange-Multiplikatoren eindeutig bestimmt, d.h. es existiert kein weiterer KKT-Punkt $(x^\otimes, \hat{\lambda}^\otimes, \hat{\mu}^\otimes)$ von OPNB mit $\lambda^\otimes \neq \hat{\lambda}^\otimes$ und $\mu^\otimes \neq \hat{\mu}^\otimes$.

(6 Punkte)

Praxisaufgabe 1 Verwenden Sie die Implementierung ihres Abstiegsverfahren von Blatt 4 und wenden Sie es auf die folgenden Funktionen

- die nicht konvexe zweidimensionale Rosenbrockfunktion

$$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1)^2 + (1 - x_1)^2$$

mit dem Startwert $(2, 2)^T$, welcher zu einer sehr schlecht konditionierten Hesse-Matrix führt und als Abbruchbedingung $\|\nabla f\| < 10^{-2}$

- und die konvexe Murphy-Funktion

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 2)^4 + (x_1 - 2x_2)^2$$

mit einer nicht regulären Hesse-Matrix im Lösungspunkt für den Startwert $(3, 2)^T$ und die Abbruchbedingung $\|\nabla f\| < 10^{-6}$ an.

Plotten Sie jeweils $\|\nabla f\|$ für die beiden Funktionen an den zugehörigen Funktionswerten (x_1, x_2) und betrachten den auf den Fehler.

Hinweise:

- Falls Sie die Aufgabe nicht gelöst haben, dann verwenden Sie die Lösung der Programmieraufgabe von Blatt 4 auf der Homepage.
- Beachten Sie, dass die Laufzeit der Programme durch aus etwas länger sein kann.

(8 Punkte)

Abgabe am 18.05.2015 oder 19.05.2015 im CIP-Pool. Achtung: Sie haben nur eine Woche für die Bearbeitung dieser Aufgabe.