Anwesenheitsübungen zur Ingenieur-Mathematik II **SS 2015**
Blatt 1 **14.04.2015**

Aufgabe 1: Welche der folgenden Gleichungen sind richtig?

a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x \, dx = 0$ ja ☐ nein ☐

b) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{1+x^2} \, dx = 0$ ja ☐ nein ☐

c) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x^3}{1+x^2} \, dx = 0$ ja ☐ nein ☐

d) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x^3 \cos x \, dx = 0$ ja ☐ nein ☐

e) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1+x^2} \sin x \, dx = 0$ ja ☐ nein ☐

Hinweis: Veranschaulichen Sie sich die zu integrierenden Funktionen und deren Symmetrieeigenschaften. Es ist nicht sinnvoll, die Integrale jeweils explizit auszurechnen.

Lösung: Benutze: $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$, wenn die Funktion $f : [-a, a] \to \mathbb{R}$ ungerade ist, d. h. wenn $f(-x) = -f(x)$ gilt. Dies folgt aus der Substitutionsregel.
Durch Anfertigen einer Skizze erkennt man, dass dies bedeutet, dass die Gesamtfläche, welche die Funktion f im Intervall $[-a, a]$ mit der x-Achse einschließt Null ist.

a) Ja! Da der Integrand ungerade ist: x^2 ist gerade, $\sin x$ ist ungerade.

b) Nein! Da der Integrand gerade und (außer in Null) positiv ist: Gesamtfläche ist positiv.

c) Ja! Da der Integrand ungerade ist: x^3 ist ungerade, $\frac{1}{1+x^2}$ ist gerade.

d) Ja! Da der Integrand ungerade ist: x^3 ist ungerade, $\cos x$ ist gerade.

e) Ja! Da der Integrand ungerade ist: $\sqrt{1+x^2}$ ist gerade, $\sin x$ ist ungerade.