

Aufgabe 19: Interpolieren Sie die Funktion

$$f(x, y) = \sin(\pi x) \sin(\pi y)$$

auf $[0, 1]^2$ mittels bikubischer Polynome ($m = 2, n = 3$). Wählen Sie dazu geeignete Knoten und berechnen Sie nur die Lagrangepolynome, die Sie tatsächlich benötigen.

Aufgabe 20: Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}, \quad x \in [-1, 1].$$

a) Bestimmen Sie die Interpolationspolynome vom Grad m

$$p_m(x) = a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

bzgl. $f(x)$ für $m = 4, 8, 16$ mit den Stützstellen

$$x_i = \frac{2 \cdot i}{m} - 1, \quad i = 0, \dots, m.$$

Nutzen Sie zum aufstellen und lösen des Gleichungssystems Matlab. Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen $f(x)$ und $p_m(x)$.

b) Bestimmen Sie die stückweise affine Interpolation $s_m(x)$ bzgl. $f(x)$ mit den Stützstellen

$$x_i = \frac{2 \cdot i}{m} - 1, \quad i = 0, \dots, m.$$

für $m = 4, 8, 16$ mittels Matlab. Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen $f(x)$ und $s_m(x)$.

c) Vergleichen Sie die Ergebnisse der beiden Verfahren.

Aufgabe 21: Gegeben sei ein Dreieck mit den Eckpunkten $a_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $a_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$

und $a_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die baryzentrischen Koordinaten der

Punkte $p_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4,6 \end{pmatrix}$ und $p_2 = \begin{pmatrix} 3,7 \\ 2,1 \end{pmatrix}$ bezüglich dieses Dreiecks.

Liegen p_1 bzw. p_2 im Innern dieses Dreiecks?