

**Aufgabe 29:** Berechnen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren von

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} -3/4 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie einen Zusammenhang zwischen den Eigenwerten und Eigenvektoren von  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{A}^{-1}$ .

**Aufgabe 30:** Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Diagonalisieren Sie  $A$ , d.h. berechnen Sie eine orthogonale Matrix  $U$  und eine Diagonalmatrix  $D$ , so dass  $A = UDU^T$ . Berechnen Sie die Spur und die Determinante von  $A$  und  $D$ .

**Aufgabe 31:** Diagonalisieren Sie die Matrix

$$A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 13 & 4 & -2 \\ 4 & 13 & -2 \\ -2 & -2 & 10 \end{pmatrix}.$$

**Tipps:** Das charakteristische Polynom hat ganzzahlige Koeffizienten und ganzzahlige Nullstellen (d.h. die Eigenwerte von  $A$  sind ganzzahlig).

Achten Sie darauf, dass die Eigenvektoren senkrecht aufeinander stehen müssen.