

**Aufgabe 40:** Welche der folgenden Aussagen sind richtig für die Differentialgleichung

$$\dot{y} = y^2 ?$$

- a) Durch die Vorgabe  $y(a) = b$  ist eine Lösung lokal eindeutig bestimmt. ja ☐ nein ☐
- b) Die Lösung zu der Vorgabe  $y(0) = 1$  existiert für alle  $t$ . ja ☐ nein ☐
- c) Die rechte Seite  $f(y) = y^2$  genügt einer globalen Lipschitz-Bedingung in  $\mathbb{R}^2$ . ja ☐ nein ☐
- d) Die rechte Seite  $f(y) = y^2$  genügt einer Lipschitz-Bedingung für  $|y| < a$ , mit festem  $a > 0$ . ja ☐ nein ☐

**Aufgabe 41:** Lösen Sie das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) &= y_1(t) + y_2(t) \\ \dot{y}_2(t) &= y_1(t) + y_2(t)\end{aligned}$$

mit Anfangswerten  $y_1(0) = y_2(0) = 1$  mit Hilfe von Diagonalisierung.

**Aufgabe 42:** Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y} = y,$$

- a) mit der Anfangsbedingung  $y(0) = 0$ ,  $\dot{y}(0) = 1$ ,
- b) mit der Anfangsbedingung  $y(0) = 1$ ,  $\dot{y}(0) = 0$ ,

indem Sie die Differentialgleichung umschreiben in ein (zugehöriges) Differentialgleichungssystem erster Ordnung, auf welches Sie dann das Picard-Lindelöf'sche Iterationsverfahren (Diagonalisierung) anwenden.

**Aufgabe 43:** Lösen Sie das folgende Anfangswertproblem

$$\begin{aligned}\dot{y} &= 1 + y^2, \\ y(0) &= a,\end{aligned}$$

wobei  $a \in \mathbb{R}$  beliebig ist.