

**Aufgabe 47:** Seien  $a, b \in \mathbb{C}$  beliebig,  $z = 1 + i \in \mathbb{C}$ .

- Geben Sie die Formel zur Berechnung des Produktes  $ab$  zweier komplexer Zahlen  $a, b \in \mathbb{C}$  in der Darstellung  $x + iy$  an.
- Geben Sie die Formel zur Berechnung des Produktes  $ab$  zweier komplexer Zahlen  $a, b \in \mathbb{C}$  in der Darstellung  $re^{i\varphi}$  an.
- Geben Sie  $z$  in der Form  $z = re^{i\varphi}$  (mit  $r \geq 0$  und  $0 \leq \varphi < 2\pi$ ) an. Skizzieren Sie die Lage von  $z$  in der komplexen Ebene. Zeichnen Sie in Ihre Skizze die Koordinaten  $r$  und  $\varphi$  (bzgl. der Darstellung  $re^{i\varphi}$ ) sowie  $x$  und  $y$  (bzgl. der Darstellung  $x + iy$ ) ein.
- Geben Sie  $-z$  in der Form  $re^{i\varphi}$  (mit  $r \geq 0$  und  $0 \leq \varphi < 2\pi$ ) an.

**Aufgabe 48:** Gegeben sei die gewöhnliche Differentialgleichung

$$M\ddot{x} + R\dot{x} + Dx = 0$$

mit  $M, R, D \in \mathbb{R}^+$ .

- Schreiben Sie die Differentialgleichung zu einem System von Differentialgleichungen erster Ordnung um.
- Geben Sie einen (konkreten) Satz von Anfangswerten vor, so dass das zugehörige Anfangswertproblem genau eine Lösung hat.
- Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\dot{x} = tx + \exp\left(\frac{t^2}{2}\right), \quad x(0) = 1.$$

**Aufgabe 49:** Berechnen Sie Länge und Richtung der Hauptachsen des durch

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 5y^2 + 2z^2 - 4yz = 1\}$$

gegebenen Ellipsoids.