



## Algorithmische Mathematik II

Sommersemester 2016  
Prof. Dr. Sven Beuchler  
Dr. Markus Siebenmorgen



### Aufgabenblatt 1.

Abgabedatum: 13.04.2016.

#### Aufgabe 1. (Alphabet)

- a) Gegeben sei ein Alphabet mit  $n$  verschiedenen Buchstaben. Bestimmen Sie die Anzahl an Möglichkeiten Wörter der Länge  $k$  zu bilden, bei denen je zwei aufeinander folgende Buchstaben ungleich sind.
- b) Gegeben sei das Alphabet  $\{a, b\}$ . Wieviele Möglichkeiten gibt es Wörter der Länge  $n$  zu bilden, in denen  $a$  mit einer geraden Anzahl vorkommt?

(4 Punkte)

#### Aufgabe 2. (Teilmengen)

Wir betrachten die Menge  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ . Bestimmen Sie die Anzahl der Teilmengen von  $A$ , die alle ungeraden Zahlen enthalten.

(3 Punkte)

#### Aufgabe 3. (Binomischer Lehrsatz)

Gegeben seien  $x, y \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie den *binomischen Lehrsatz*

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k, \quad \text{mit} \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$$

(3 Punkte)

#### Aufgabe 4. (Binomialkoeffizienten)

Es seien  $n, m, k \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass gilt:

a)

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}.$$

b)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n, \quad \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0.$$

c)

$$\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{k} = \binom{n+m+1}{n+1}.$$

d)

$$\sum_{j=0}^k \binom{m}{j} \binom{n}{k-j} = \binom{m+n}{k}.$$

(6 Punkte)