



Algorithmische Mathematik II

Sommersemester 2016
Prof. Dr. Sven Beuchler
Dr. Markus Siebenmorgen



Aufgabenblatt 3.

Abgabedatum: 27.04.2016.

Aufgabe 1. (Totale Wahrscheinlichkeit)

Ein Würfel wird sieben Mal geworfen, die Resultate seien N, X_1, X_2, \dots, X_6 . Anschließend bildet man die Summe $Z = \sum_{i=1}^N X_i$, deren Länge vom ersten Würfelwurf bestimmt ist. Was ist der Erwartungswert der Zufallsvariablen Z ? Verwenden Sie den Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. (Satz von Bayes)

- a) Bei einer Eignungsprüfung sei ein Test zu bestehen. Ein geeigneter Bewerber bestehe den Test mit der Wahrscheinlichkeit 0,9, ein ungeeigneter Bewerber mit der Wahrscheinlichkeit 0,2. Erfahrungsgemäß erweisen sich ohne Test nur 40% der Bewerber als geeignet. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann ein Bewerber, der den Test bestanden hat, tatsächlich geeignet?
- b) Der Assistent kennt die Arbeitsgruppe der Studenten A, B und C schon seit längerem und weiß, dass Student A 80%, Student B 15% und Student C nur 5% der Aufgaben bearbeitet, und die Studenten es so organisieren, dass keine Aufgabe doppelt bearbeitet wird. Auf Grund ihrer unterschiedlichen Erfahrung können sie eine Aufgabe mit einer Wahrscheinlichkeit von 90%, 50% bzw. lediglich 10% richtig lösen. Der Assistent hat von der Arbeitsgruppe eine fehlerhafte Lösung bekommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt sie vom Studenten A, B bzw. C ?

(4 Punkte)

Aufgabe 3. (Unabhängigkeit)

Es sei (Ω, \mathcal{A}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $A, B \in \mathcal{A}$. Zeigen Sie

- a) A und \emptyset sowie A und Ω sind stochastisch unabhängig.
- b) Es gelte $A \subset B$. Dann folgt:

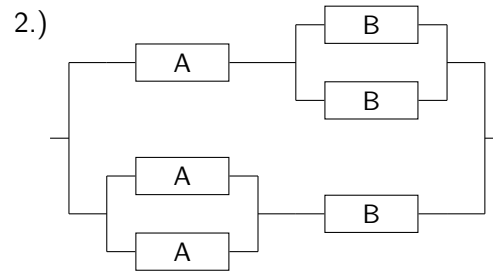
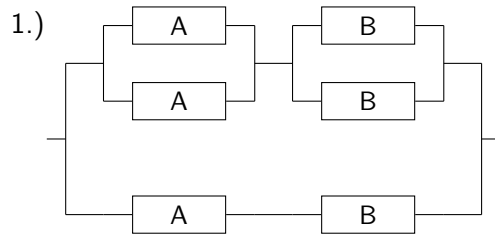
$$A \text{ und } B \text{ sind stochastisch unabhängig} \Leftrightarrow P(A) = 0 \text{ oder } P(B) = 1.$$

- c) Es gelte $0 < P(B) < 1$ und $A \cap B = \emptyset$. Dann folgt:

$$P(\bar{A}|B) = P(A|\bar{B}) \Leftrightarrow P(A) + P(B) = 1.$$

(4 Punkte)

Aufgabe 4. (Schaltkreise)



In einem Betrieb stehen die Bauteile A und B, mit den zugehörigen täglichen Ausfallwahrscheinlichkeiten 5% und 3%, jeweils 3 mal zur Verfügung. Sie können in einem der beiden obigen Schaltkreise verbaut werden.

Bestimmen Sie für die beiden Schaltkreise jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass die Bauteile A und B ausfallen. Welchen der beiden Schaltkreise würden Sie bevorzugen?

(4 Punkte)

Auch in diesem Semester wird es wieder einen Help-Desk geben, bei dem Fragen zur Vorlesung und zu den Übungen gestellt werden können. Dieser findet Di. von 12-15 Uhr und Do. von 13-16 Uhr statt.