



Algorithmische Mathematik II

Sommersemester 2016
Prof. Dr. Sven Beuchler
Dr. Markus Siebenmorgen



Aufgabenblatt 4.

Abgabedatum: 04.05.2016.

Aufgabe 1. (Erwartungswert und Varianz)

Zeigen Sie Lemma 4.12 und Teil a) von Lemma 4.14 aus der Vorlesung. Es seien X, Y diskrete Zufallsgrößen, $a, b \in \mathbb{R}$, $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dann gilt:

- a) $E(aX + b) = aEX + b$,
- b) $E(aX + bY) = aEX + bEY$,
- c) $E(f(X) + g(X)) = E(f(X)) + E(g(X))$,
- d) $D^2(aX + b) = a^2D^2X$,
- e) $D^2X = EX^2 - (EX)^2$.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. (Summenformeln)

Die folgenden Formeln wurden in der Vorlesung mit Hilfe der Differentialrechnung bewiesen. Zeigen Sie diese ohne Zuhilfenahme der Differentialrechnung.

a)

$$\sum_{i=0}^{\infty} iq^{i-1} = \frac{1}{(1-q)^2},$$

b)

$$\sum_{i=0}^{\infty} i(i-1)q^{i-2} = \frac{2}{(1-q)^3}.$$

(4 Punkte)

Aufgabe 3. (Tschebyscheffsche Ungleichung)

Ein Fernsehsender lockt mit dem Angebot, dass die ersten 1000 Einsender einer Bestellung eine Damen bzw. Herrenarmbanduhr als Geschenk erhalten. Nehmen Sie an, dass sich beide Geschlechter gleichermaßen von dem Angebot angesprochen fühlen. Benutzen Sie die Tschebyscheffsche Ungleichung, um abzuschätzen, wie viele Damen bzw. Herrenuhren das Kaufhaus vorrätig haben sollte, damit unter den ersten 1000 Einsendern mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 98% alle einsendenden Frauen und mit Wahrscheinlichkeit von mindestens 98% alle einsendenden Männer eine passende Uhr erhalten.

(4 Punkte)

Aufgabe 4. (Erwartungswert und Varianz)

Sei X eine diskrete Zufallsvariable mit Werten in \mathbb{N}_0 und es gelte

$$p_k = P(X = k) = \binom{k+n-1}{n-1} p^n (1-p)^k, \quad \text{für Parameter } p \in (0,1) \text{ und } n \in \mathbb{N}.$$

- a) Weisen Sie nach, dass durch $p_k, k \in \mathbb{N}_0$ eine Wahrscheinlichkeitsfunktion gegeben ist.
- b) Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Zufallsvariable X .
- c) Seien nun n unabhängig Zufallsvariablen X_1, \dots, X_n gegeben, mit $X_i \sim \text{Geo}(p)$ für $i = 1, \dots, n$. Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz der Summe dieser Zufallsvariablen.

(4 Punkte)

Programmieraufgabe 1. (Zufallszahlengenerator)

Schreiben Sie ein C/C++-Programm, das den verbesserten Kongruenzgenerator

$$z_{i+1} = 1999z_i + 4444z_{i-1} \pmod{2^{31} - 1}$$

verwendet um n Zufallszahlen $x_1, \dots, x_n \in [0, 1]$ zu erzeugen. Ihr Programm soll analog zu den Programmen aus der Vorlesung sowohl die Zufallszahlen ausgeben können als auch eine graphische Ausgabe bereitstellen. Für die graphische Ausgabe sollen die Tripel $y_k = (x_k, x_{k+1}, x_{k+2})$ visualisiert werden. Natürlich können die auf der Vorlesungsseite zur Verfügung gestellten Programme verwendet werden.

(10 Punkte)

Die Programmieraufgabe wird in der Woche vom 9.05-13.05 im Cip-Pool Endenicher Allee oder im Cip-Pool Wegelerstraße abgegeben/vorgelegt. In der Woche vom 02.05-06.05 werden in den Cip-Pools Listen für die Abgabe aushängen. Für die Lehramtsstudenten wird die Programmieraufgabe von diesem und dem nächsten Übungsblatt wie ein separater Übungszettel gewertet.

Auch in diesem Semester wird es wieder einen Help-Desk geben, bei dem Fragen zur Vorlesung und zu den Übungen gestellt werden können. Dieser findet Di. von 12-15 Uhr und Do. von 13-16 Uhr statt.

Die Fachschaft Mathematik feiert am 12.05 ihre Matheparty in der N8schicht. Der VVK findet am Mo. 9.05., Di. 10.05. und Mi. 11.05. vor der Mensa Poppelsdorf statt. Alle weiteren Infos auch auf fsmath.uni-bonn.de.