



## Algorithmische Mathematik II

Sommersemester 2016  
Prof. Dr. Sven Beuchler  
Dr. Markus Siebenmorgen



### Aufgabenblatt 5.

Abgabedatum: 11.05.2016.

#### Aufgabe 1. (Verteilungs- und Dichtefunktion)

Es seien  $F$  und  $f$  Verteilungsfunktion und Dichtefunktion einer stetigen Zufallsgröße  $X$ . Zudem sei  $f$  stetig. Zeigen Sie, dass dann gilt:

- $f(x) \geq 0$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ ,
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$ ,
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ ,
- $F$  ist monoton wachsend,
- $P(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$ ,
- $F$  ist differenzierbar und es gilt  $F'(x_0) = f(x_0)$  für alle  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

(4 Punkte)

#### Aufgabe 2. (Erwartungswert und Varianz stetiger Zufallsgrößen)

Sei  $X$  eine Zufallsgröße, deren Verteilung durch folgende Dichtefunktion gegeben ist

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left(-\frac{\ln(x)^2}{2\sigma^2}\right), & \text{falls } x \geq 0, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

mit  $\sigma > 0$ .

- Zeigen Sie, dass  $f$  eine Dichtefunktion ist.
- Bestimmen Sie Erwartungswert und Varianz von  $X$  in Abhängigkeit von  $\sigma$ .

(4 Punkte)

#### Aufgabe 3. (Exponentialverteilung)

- Die Wartezeit an der Kasse in einem Supermarkt beträgt durchschnittlich 4 Minuten und ist exponentialverteilt. Bestimmen sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie weniger als 3 Minuten an der Kasse anstehen.
- Sei  $X$  eine exponentialverteilte Zufallsvariable zum Parameter  $\lambda$ . Zeigen Sie, dass für die Varianz gilt

$$D^2X = \frac{1}{\lambda^2}.$$

(4 Punkte)

**Aufgabe 4.** (Normalverteilung)

In einer Fabrik werden Chipstüten hergestellt. Das durchschnittliche Gewicht dieser Tüten soll nach Angabe der Fabrik 200 g betragen. Gehen Sie davon aus, dass das Gewicht normalverteilt ist mit einer Standardabweichung von 5 g.

- a) Welches Gewicht wird von 30% der Tüten unterschritten?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit liegt das Gewicht zwischen 195 und 205 g?

Verwenden Sie für die Lösung die Werte aus der auf der Vorlesungsseite zur Verfügung gestellten Normalverteilungstabelle.

(4 Punkte)

**Programmieraufgabe 1.** (Simulation von Verteilungen)

Schreiben Sie ein C/C++-Programm, das Ihren verbesserten Kongruenzgenerator verwendet um

- a) das Würfeln mit zwei (Standard-) Laplacewürfeln,
- b) das mehrmalige Ziehen von Pokerkarten (Kartenspiel mit 52 Karten) zu simulieren.

Verwenden Sie Ihre Implementierung in b) um zu simulieren wie oft man in 1000 Spielen beim Texas Holdem einen Drilling, einen Flush bzw. einen Poker (Vierling) erhält. Beim Texas Holdem erhält jeder Spieler verdeckt 2 Karten, d.h. nur der Spieler selber selbst kennt diese Karten und es werden insgesamt 5 Karten offen umgedeckt, die alle Spieler verwenden können. Natürlich zählen nur die besten 5 Karten, die man aus seinen 2 und aus den 5 offenen Karten auswählen kann.

(10 Punkte)

Die Programmieraufgabe wird in der Woche vom 23.05-27.05 im Cip-Pool Endenicher Allee oder im Cip-Pool Wegelerstraße abgegeben/vorgelegt. In der Woche vom 09.05-13.05 werden in den Cip-Pools Listen für die Abgabe aushängen. Sie dürfen die Programmieraufgabe aber auch schon in der nächsten Woche zusammen mit der Programmieraufgabe vom letzten Zettel abgeben. Für die Lehramtsstudenten wird die Programmieraufgabe von diesem und dem letzten Übungsblatt wie ein separater Übungszettel gewertet.

Auch in diesem Semester wird es wieder einen Help-Desk geben, bei dem Fragen zur Vorlesung und zu den Übungen gestellt werden können. Dieser findet Di. von 12-15 Uhr und Do. von 13-16 Uhr statt.

Die Fachschaft Mathematik feiert am 12.05 ihre Matheparty in der N8schicht. Der VVK findet am Mo. 9.05., Di. 10.05. und Mi. 11.05. vor der Mensa Poppelsdorf statt. Alle weiteren Infos auch auf [fsmath.uni-bonn.de](http://fsmath.uni-bonn.de).