Einführung in die numerische Mathematik

Sommersemester 2017
Prof. Dr. Sven Beuchler
Dr. Markus Siebenmorgen

Aufgabenblatt 0.

Abgabedatum: **keine Abgabe**.

Aufgabe 1. (Matrizen in MATLAB/Octave)

Erzeugen Sie die Matrizen $A = \text{tridiag}[-1, 2, -1] \in \mathbb{R}^{9\times 9}$ und $B = \text{diag}[i^2]_{i=1}^{9} \in \mathbb{R}^{9\times 9}$ und einen Zufallsvektor $b \in \mathbb{R}^9$ mit $\|b\|_2 = 1$. Bestimmen Sie anschließend

a) die Matrix $A + 2B$.

b) alle Eigenwerte von A.

c) die Matrix A^{-1}.

d) die QR-Zerlegung von A.

e) die Lösung von $AX = b$.

Tabellieren Zie weiterhin die Zahlen $\lambda_{\max}(A)$ und $\lambda_{\min}(A)$ in Abhängigkeit von der Dimension der Matrix ($n = 2, \ldots, 18$) und schreiben Sie die Werte in ein File `eigenwert.txt`.

Aufgabe 2. (Visualisierung in MATLAB/Octave)

a) Visualisieren Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)$ in $[0, 2\pi]$.

b) Stellen Sie das Bild des Einheitskreises unter der konformen Abbildung $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $f(z) = e^{iz} + z^2$ graphisch dar.

c) Plotten Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \sin(x)\sin(y)$ auf $[0, 2\pi]^2$.

Aufgabe 3. (Schleifen und Funktionen in MATLAB/Octave)

a) Schreiben Sie eine Funktion, die zu einem zufälligen Vektor $x \in [0, 1]^n$ die Anzahl der Einträge bestimmt die kleiner als $\alpha \in (0, 1)$ sind. Vergleichen Sie Ihre Funktion mit dem Befehl `sum(x<alpha)`.

b) Schreiben Sie eine Funktion, die zu gegebenem n die Hilbert-Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit $a_{i,j} = 1/(i + j - 1)$ bestimmt.

   Bemerkung: Diese Matrix lässt sich auch sehr einfach mit dem Befehl `A=hilb(n)` erzeugen.

c) Schreiben Sie eine Funktion, die die n-te Fibonacci-Zahl bestimmt.

d) Schreiben Sie eine Funktion, die zu einer gegebenen Zahl $x \in \mathbb{R}$ die größte Zahl $n \in \mathbb{Z}$ bestimmt, so dass $2^n \leq |x|$.

e) Definieren Sie sich die Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x, y) = \exp(x + xy)$ und werten Sie diese auf dem Gitter $(x_i, y_j)_{i,j=0}^{5}$ mit $x_i = y_i = i/5$ aus.

Aufgabe 4. (Symbolic Package in MATLAB/Octave)

a) Definieren Sie sich eine symbolische Variable `x=[x1,x2]` und damit die Funktion $f(x_1, x_2) = 100 * ((x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_2)^2)$.

b) Bestimmen Sie den Gradienten sowie die Hesse-Matrix der Funktion f und werten Sie diese an der Stelle $x = (2, 2)$ aus.