



Einführung in die numerische Mathematik

Sommersemester 2017
Prof. Dr. Sven Beuchler
Dr. Markus Siebenmorgen



Aufgabenblatt 1.

Abgabedatum: **25.04.2017.**

Aufgabe 1. (Kostenoptimale Frachtsendung)

Sie möchten ein Gesamtvolumen von $1000m^3$ möglichst kostengünstig verschiffen. Die Transportfirma verlangt 50 Euro pro transportierter Kiste und befördert Kisten mit einem Volumen von höchstens $3m^3$. Die Herstellung der Kisten kostet 2 Euro pro m^2 Boden- und Seitenflächen sowie 1 Euro pro m^2 Deckelfläche. Für das Deckelmaterial stehen insgesamt nur $2000m^2$ zur Verfügung.

Stellen Sie das zugehörige Kostenminimierungsproblem auf.

Hinweis. Eventuelle Einschränkungen der Fracht an die Form der Kisten sowie die Ganzzahligkeitsbedingung an die Anzahl der Kisten sollen vernachlässigt werden.

(4 Punkte)

Aufgabe 2. (Portfolio-Optimierung)

Der Manager eines Portfolios möchte einen Betrag $B > 0$ in n verschiedene Aktien investieren. Sowohl der Erwartungswert $\mu \in \mathbb{R}^n$ als auch die Kovarianzmatrix $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ des Renditenvektor $r = (r_i)_{i=1}^n$ der n verschiedenen Aktien seien gegeben. Das Ziel des Managers ist es mindestens eine erwartete Rendite von ρ Prozent unter möglichst geringem Risiko zu erzielen. Als Risikomaß wählt der Manager die Varianz der Rendite R .

- Beschreiben Sie die Rendite R des Portfolios mathematisch?
- Wie sieht der Erwartungswert und die Varianz von R aus?
- Wie lautet das Optimierungsproblem, dass der Portfoliomanager zu lösen hat?

(4 Punkte)

Aufgabe 3. (Optimale Platzierung von Komponenten)

Bei der Anordnung von Funktionsmodulen auf einem Mikroprozessorchip sollten Module, die durch Signalleitungen miteinander verbunden sind, möglichst nahe beieinander liegen um die Signallaufzeiten minimal zu halten. Die n Module seien der Einfachheit halber Kreise mit Mittelpunkt (x_i, y_i) und Radius r_i . Desweiteren gebe die Kantenmenge $E \subset \{\{i, j\} : 1 \leq i < j \leq n\}$ an welche Module miteinander verbunden sind.

- Stellen Sie ein Optimierungsproblem auf, dass den Gesamtabstand (jeweils von Mittelpunkt zu Mittelpunkt) der verbundenen Module minimiert.
- Welche Nebenbedingung ist zu beachten?

(4 Punkte)

Aufgabe 4. (Raketenauto)

Ein Raketenauto mit Masse m soll auf einer geraden Strecke aus einer Ruhelage in einer Position y_0 in möglichst kurzer Zeit in eine Position y_T bewegt werden und dort zum Stehen kommen. Das Fahrzeug soll dabei in beide Richtungen mit der gleichen Kraft beschleunigt werden können. Wir bezeichnen mit $y(t)$ die Position des Fahrzeuges zur Zeit t und mit $u(t)$ die frei wählbare Schubkraft des Fahrzeuges zur Zeit t wobei $-1 \leq u(t) \leq 1$ gelten soll.

- a) Formulieren Sie unter Verwendung der Newtonschen Bewegungsgleichung das zugehörige Optimierungsproblem.
- b) Wie wird die Schubkraft u gewählt um die Zeit zu minimieren? Skizzieren Sie diese.
(4 Punkte)