

Aufgabe 13: Welche Aussagen sind richtig?

- a) Jede diagonalisierbare $n \times n$ Matrix hat n linear unabhängige Eigenvektoren. ja nein
- b) Jede diagonalisierbare $n \times n$ Matrix hat n verschiedene Eigenwerte. ja nein
- c) Jede symmetrische $n \times n$ Matrix hat n verschiedene Eigenwerte. ja nein
- d) Jede symmetrische Matrix ist diagonalisierbar. ja nein
- e) Jede 2×2 Spiegelungsmatrix ist diagonalisierbar. ja nein

LÖSUNG:

- a) **Ja!** Siehe Skript bzw. Vorlesung.
- b) **Nein!** Gegenbeispiel: $n \times n$ Einheitsmatrix

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Der Eigenwert $\lambda = 1$ ist n -facher Eigenwert:

$$\det(\mathbf{I} - \lambda \mathbf{I}) = \det((1 - \lambda)\mathbf{I}) = (1 - \lambda)^n \det \mathbf{I} = (1 - \lambda)^n .$$

- c) **Nein!** Siehe b)! Die $n \times n$ Einheitsmatrix \mathbf{I} ist symmetrisch!
- d) **Ja!** Siehe Skript bzw. Vorlesung.
- e) **Ja!** Eine 2×2 Spiegelungsmatrix ist symmetrisch. Siehe auch Skript bzw. Vorlesung.