

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

a)  $f(x) = x^2 + px + q, p, q \in \mathbb{R}$

b)  $g(s) = \sqrt{4 + s^2}$

c)  $h(u) = \frac{\sin(u)}{2 + \cos^2(u)}$

d)  $k(y) = 2ye^{-y^2}$

**Aufgabe 2:** Betrachten Sie die Punkte:

$$P_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, P_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ im } \mathbb{R}^3.$$

- a) Bestimmen Sie die Ebene, welche die 3 Punkte enthält. Geben Sie dabei die Ebene sowohl in Parameterdarstellung

$$\{p + tv + sw \mid t, s \in \mathbb{R}\}$$

als auch in Normalendarstellung

$$\{x \in \mathbb{R}^3 \mid x \cdot n = d\}$$

an.

- b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, welches durch die Punkte  $P_0, P_1, P_2$  gegeben ist.

**Aufgabe 3:** a) Berechnen Sie die LR-Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 2 & -6 & 7 \\ 3 & -8 & 11 \end{pmatrix}.$$

- b) Es gilt

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 6 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- i) Berechnen Sie  $\det(A)$ .
- ii) Berechnen Sie  $\text{Ker}(A)$ .
- iii) Berechnen Sie  $\text{Bild}(A)$ .
- iv) Berechnen Sie  $\text{Rang}(A)$ .

**Aufgabe 4:** Betrachten Sie die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch die Vorschrift

$$f(x, y) := x^2y^2 - x^2 - y^2 + 1.$$

- a) Berechnen Sie die folgenden Funktionswerte  $f(0, 0)$ ,  $f(2, 0)$ ,  $f(0, 2)$ ,  $f(-2, 0)$ ,  $f(0, -2)$ ,  $f(2, 2)$ ,  $f(2, -2)$ ,  $f(-2, 2)$ ,  $f(-2, -2)$ .
- b) Bestimmen Sie alle Punkte  $(x, y)$  für die gilt  $f(x, y) = 0$ , d.h. die Niveaulinien zum Wert 0.
- c) Berechnen Sie den Gradienten  $\text{grad } f(x, y)$ .
- d) Berechnen Sie alle Punkte  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  für die gilt  $\text{grad } f(x, y) = (0, 0)$ .
- e) Skizzieren Sie die 0-Niveaulinien und alle Punkte und Funktionswerte aus Teilaufgabe d) im  $\mathbb{R}^2$ .  
Tragen Sie auch die Punkte und Funktionswerte aus Teilaufgabe a) ein.