Übungen zur Ingenieur-Mathematik II **SS 2017**
Blatt 11 **4.7.2017**

Aufgabe 35: Geben Sie eine Lipschitzkonstante für die Funktion

$$f(t, y) = t^2 + y^2 \quad \text{bzgl. } y$$

im Gebiet $-2 < t < 2$, $0 < y < 5$ an.

Aufgabe 36: Betrachten Sie die folgende Differentialgleichung

$$y' = \sqrt{|y|}$$

a) Überprüfen Sie, dass mit $y(x)$ auch $\tilde{y}(x) = -y(-x)$ Lösung der Gleichung ist.

b) Überprüfen Sie, dass: $y_C(x) = \dfrac{(x + C)^2}{4}$ für $x > -C$ positive Lösung ist.

Gibt es mehr Lösungen?

c) Überprüfen Sie, dass für $a < 0 < b$

$$y_{a,b}(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-b)^2}{4}, & \text{für } x > b \\ 0, & \text{für } a \leq x \leq b \\ -\dfrac{(x-a)^2}{4}, & \text{für } x < a \end{cases}$$

Lösung der Differentialgleichungen zu den Anfangsdaten $y(0) = 0$ ist.

Warum steht das nicht im Widerspruch zum Satz von Picard-Lindelöf aus der Vorlesung?

Aufgabe 37: Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y} = y\,,$$

a) mit der Anfangsbedingung $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = 1$,

b) mit der Anfangsbedingung $y(0) = 1$, $\dot{y}(0) = 0$,

indem Sie die Differentialgleichung umschreiben in ein (zugehöriges) Differentialgleichungssystem erster Ordnung, auf welches Sie dann das Picard-Lindelöf'sche Iterationsverfahren (Diagonalisierung) anwenden.

Aufgabe 38: Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$\ddot{y} = 2y + \dot{y}$$

mit der Anfangsbedingung $y(0) = 1\ ,\ \dot{y}(0) = -1$, indem Sie die Differentialgleichung umschreiben in ein (zugehöriges) Differentialgleichungssystem erster Ordnung, auf welches Sie dann das Picard-Lindelöf'sche Iterationsverfahren (Diagonalisierung) anwenden.