Programmieraufgabe IV (20 Punkte)

Abgabe in der Woche 27. - 31. Mai

In [2]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Teilaufgabe i: 10 Punkte

Implementieren Sie das **Aktive-Mengen-Verfahren** zur Lösung des Optimierungsproblems

$$\min_{a \leq x \leq b} \frac{1}{2} x^T H x + c^T x$$

wie es in Aufgabe 3 von Übungsblatt 7 eingeführt wurde.

Ein Starvektor $x_0 \in \mathbb{R}^n$ und die Schrittweite $\rho > 0$ sowie die Parameter $a, b, c \in \mathbb{R}^n$, $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ sollen als Input übergeben werden.

In [ ]:
```
```

Testen Sie Ihre Implementierung am Beispiel $H = \mathrm{tridiag}(-1, 4, -1) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$, $a = (0, 0, 0, 0, 0)^T$, $b = (3, 3, 3, 3, 3)^T$, $c = (2, -2, -4, -8, -10)^T$ mit der exakten Lösung $\bar{x} = (0, 1, 2, 3, 3)^T$.

Teilaufgabe ii: 10 Punkte

Implementieren Sie das **Lagrange-Newton-Verfahren** zur Lösung des Optimierungsproblems

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \qquad \text{sodass} \quad h(x) = 0.$$

Als Input sollen Startvektoren für x und den Lagrange-Multiplier sowie Funktionen übergeben werden, die f, h und deren benötigte Ableitungen auswerten. Denken Sie an ein geeignetes Abbruchkriterium.

In [ ]:
```
```

Testen Sie Ihre Implementierung für

$$f(x_1, x_2, x_3) = 1000 - x_1^2 - 2x_2^2 - x_3^2 - x_1 x_2 - x_1 x_3$$

und

$$h(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 25 \\ 8x_1 - 14x_2 - 7x_3 - 56 \end{pmatrix}.$$

Wählen Sie dazu $x^0 = (2, 0.5, 2)^T$ und $\mu^0 = (0, 0)^T$ als Startwerte. Welche Konvergenzordnung können Sie beobachten?

In [ ]:
```
```