



Einführung in die Numerische Mathematik

Sommersemester 2020
Prof. Dr. Jochen Garcke
Christopher Kacwin



Übungsblatt 6.

Abgabe am **Dienstag, 9.6.20 bis 10:00 Uhr.**

Aufgabe 1. (LICQ)

Zeigen sie, dass ein KKT-Punkt, der die LICQ-Bedingung erfüllt, eindeutige Lagrange-Multiplikatoren hat.

(5 Punkte)

Aufgabe 2. (aktive Indizes)

Zeigen Sie, dass wenn bei einem quadratischen Minimierungsproblem im k -tem Iterationsschritt von Algorithmus 8 bei der Bestimmung der aktiven Indizes die Vektoren a_i mit $i \in \tilde{A}(x^k) \cup \{m+1, \dots, m+p\}$ linear unabhängig sind, dann sind auch die Vektoren a_i mit $i \in \tilde{A}(x^{k+1}) \cup \{m+1, \dots, m+p\}$ linear unabhängig.

(5 Punkte)

Aufgabe 3. (aktive Indizes in der Praxis)

Wenden Sie Algorithmus 8 aus der Vorlesung von Hand auf folgendes Optimierungsproblem an:

$$\min \left\{ \begin{array}{l} f(x) = \frac{1}{2}(x_1^2 + x_2^2) + 2x_1 + x_2 \\ \left. \begin{array}{l} g_1(x) = -x_1 - x_2 \\ g_2(x) = x_2 - 2 \\ g_3(x) = x_1 + x_2 - 5 \\ g_4(x) = -x_1 + x_2 - 2 \\ g_5(x) = x_1 - 5 \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

und geben Sie in einer Tabelle x^k , $\tilde{A}(x^k)$, s^{k+1} , $\lambda_1^k, \dots, \lambda_5^k$ an. Verwenden Sie als Startwert $x^0 = (5, 0)^T$ und $\lambda^0 = (0, 0, 0, 0, 0)^T$.

(5 Punkte)

Programmieraufgabe 1. (aktive Indizes)

Implementieren Sie Algorithmus 8 aus der Vorlesung. Wenden Sie den Algorithmus auf das Problem aus Aufgabe 3 an und geben Sie die Werte für x^k , $\tilde{A}(x^k)$, s^{k+1} , $\lambda_1^k, \dots, \lambda_5^k$ aus. Für die Verifikation ihrer Implementierung können Sie die Ausgabe mit der von Hand berechneten Tabelle aus Aufgabe 3 vergleichen.

Hinweis:

- In Python könnte die Datenstruktur *set*¹ und das Paket *numpy.linalg*² nützlich sein.

Bonus:

Implementieren Sie das SQP-Verfahren und wenden Sie es auf das Problem

$$\min \left\{ f(x) = 3(x_1 - 2)^2 + 2(x_2 - 3)^2 \quad \left| \begin{array}{l} g_1(x) = x_1^2 - x_2 \\ g_2(x) = x_1^2 + x_2^2 - 1 \end{array} \right. \right.$$

an, mit Startwert $x^0 = (\frac{1}{2}, 1)^\top$ und $\lambda^0 = (0, 0)^\top$. Verwenden Sie zur Lösung der Teilprobleme Algorithmus 8. Für die Suche eines zulässigen Wertes der QP-Teilprobleme können Sie den simplex-Algorithmus verwenden. Dieser ist in *scipy*³ 1.15.0 verfügbar.

(10+10 Punkte)

Die Programmieraufgabe kann bis zum 16.6.20 abgegeben werden. Es muss der Code, die ausführbare Datei und die Ausgabe in einer ersichtlichen Form beigelegt werden. Sie dürfen die Programmiersprache frei wählen, wir empfehlen allerdings Python oder C++.

¹<https://docs.python.org/2/library/sets.html>

²<http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/routines.linalg.html>

³<http://docs.scipy.org/doc/scipy-0.15.1/reference/generated/scipy.optimize.linprog.html>