

Wiederholungsthemen für Einführung in die Grundlagen der Numerik

1. Berechnung der Bestapproximation in einem Raum mit Skalarprodukt (mit/ohne) Verwendung orthogonaler Basen.
2. Berechnung der kleinsten Quadrate Lösung x von $Ax = b$
 - (a) mittels Singulärwertzerlegung, Moore-Penrose-Inverse, Orthoprojektion
 - (b) mittels QR -Zerlegung
3. Methoden zur numerischen Berechnung der QR -Zerlegung/ Methode der kleinsten Quadrate und ihr Aufwand (bei speziellen Matrizen)
4. Beweis einfacher Beziehungen bei orthogonalen Polynomen mittels Drei-Term-Rekursion bzw. der Orthogonalitätsbeziehungen
5. Herleitung der schwachen Formulierung bei einer konkreten Randwertaufgabe in 1D und Berechnung der Finite-Elemente-Lösung
6. Beweis einfacher Beziehungen beim CG und PCG -Verfahren, z.B.
 - (a) Herleitung der Formeln für die α_k und β_k ,
 - (b) Verwendung verschiedener Orthogonalitätsbeziehungen,
 - (c) Mathematische Grundlagen zur Vorkonditionierung (Bezug zum verallgemeinerten Eigenwertproblem, Rayleigh-Quotienten etc.)
 - (d) Konvergenzeigenschaften anhand konkreter Beispiele
7. Arnoldi-Prozeß
8. Eigenwertprobleme: Mathematische Grundlagen (Schursche Normalform, Blockmatrizen, Satz von Gerschgorin, Rayleigh-Quotient, Wertebereich einer Matrix)
9. Konvergenzeigenschaften der Vektoriteration und inversen Vektoriteration und Einfluß der Wahl von Shift-Parametern anhand eines Beispiels
10. QR -Verfahren: Algorithmus, Konvergenzeigenschaften, Beschleunigung durch Transformation auf Hessenberggestalt, Berechnung einer Trafo auf Hessenberggestalt und eines QR -Schrittes anhand eines Beispiels und allgemein
11. Lanczos-Verfahren, Bezug zu den Krylow-Unterraumverfahren
12. Gauß-Quadratur 1D: (Wahl der Stützstellen und Gewichte, Numerische Berechnung, Fehlerabschätzungen und Berechnung der Quadratur für Beispiele)
13. Mehrdimensionale Quadratur: Integration auf Vierecken und Würfeln, Duffy-Trick

14. Hochdimensionale Quadratur: Monte-Carlo Methoden, Fehlerabschätzungen, Hierarchische Basen und Dünne Gitter
15. Zusammenhänge zwischen den einzelnen Themen (z.B. Nullstellen von Orthogonalpolynomen),
16. Komplexität der Algorithmen