

**Aufgabe 45:** Bestimmen Sie den Rang der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

- Aufgabe 46:**
- Bestimmen Sie die Matrixdarstellung  $A$  einer Drehung im  $\mathbb{R}^2$ , die um  $45^\circ$  entgegen dem Uhrzeigersinn um den Ursprung rotiert. Geben Sie die Inverse  $A^{-1}$  an und verifizieren Sie  $AA^{-1} = \mathbb{1}$ .
  - Bestimmen Sie die Matrixdarstellung  $B$  einer Spiegelung an der  $x_1$ -Achse im  $\mathbb{R}^2$ . Geben Sie die Inverse  $B^{-1}$  an und verifizieren Sie  $B^{-1}B = \mathbb{1}$ .

**Aufgabe 47:** Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & 2 \\ -3 & 8 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}$ , sowie der

$$\text{Vektor } b = \begin{pmatrix} -4 \\ 16 \\ 22 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

- Lösen Sie das Gleichungssystem  $Ax = b$  mittels Gauß-Elimination. Geben Sie die beim Lösen auftretenden Matrizen  $L^{(1)}$  und  $L^{(2)}$  an.
- In der  $LR$ -Zerlegung (siehe Skript) treten Matrizen  $L^{(1)}, L^{(2)}, (L^{(1)})^{-1}, (L^{(2)})^{-1}$  auf. Geben Sie diese an, und berechnen Sie  $L = (L^{(2)})^{-1}(L^{(1)})^{-1}$ .
- Wir definieren nun  $R = L^{(2)}L^{(1)}A = A^{(3)}$ . Rechnen Sie nach, dass  $A = LR$  gilt.
- Lösen Sie schließlich das Gleichungssystem  $Ax = b$  noch einmal, diesmal durch Vorwärtseinsetzen ( $Ly = b$ ) und anschließendes Rückwärtseinsetzen ( $Rx = y$ ).

**Aufgabe 48:** Betrachten Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

a) Geben Sie eine Basis von

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

(Spalten von  $A$ ) an. Was ist der Spaltenrang von  $A$ ?

b) Geben Sie eine Basis von

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

(Zeilen von  $A$ ) an. Was ist der Zeilenrang von  $A$ ?

Die Übungsblätter, Musterlösungen und das Skript in der jeweils aktuellen Fassung finden Sie auch auf der Webseite zur Vorlesung:

<http://numod.ins.uni-bonn.de/teaching/ws12/ingmath1/>