

Aufgabe 45: Bestimmen Sie den Rang der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

- Aufgabe 46:**
- Bestimmen Sie die Matrixdarstellung A einer Drehung im \mathbb{R}^2 , die um 45° entgegen dem Uhrzeigersinn um den Ursprung rotiert. Geben Sie die Inverse A^{-1} an und verifizieren Sie $AA^{-1} = \mathbb{1}$.
 - Bestimmen Sie die Matrixdarstellung B einer Spiegelung an der x_1 -Achse im \mathbb{R}^2 . Geben Sie die Inverse B^{-1} an und verifizieren Sie $B^{-1}B = \mathbb{1}$.

Aufgabe 47: Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & 2 \\ -3 & 8 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}$, sowie der Vektor $b = \begin{pmatrix} -4 \\ 16 \\ 22 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$.

- Lösen Sie das Gleichungssystem $Ax = b$ mittels Gauß-Elimination. Geben Sie die beim Lösen auftretenden Matrizen $L^{(1)}$ und $L^{(2)}$ an.
- In der LR -Zerlegung (siehe Skript) treten Matrizen $L^{(1)}, L^{(2)}, (L^{(1)})^{-1}, (L^{(2)})^{-1}$ auf. Geben Sie diese an, und berechnen Sie $L = (L^{(2)})^{-1}(L^{(1)})^{-1}$.
- Wir definieren nun $R = L^{(2)}L^{(1)}A = A^{(3)}$. Rechnen Sie nach, dass $A = LR$ gilt.
- Lösen Sie schließlich das Gleichungssystem $Ax = b$ noch einmal, diesmal durch Vorwärtseinsetzen ($Ly = b$) und anschließendes Rückwärtseinsetzen ($Rx = y$).

Aufgabe 48: Betrachten Sie die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 5 \\ 0 & 4 & 4 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

a) Geben Sie eine Basis von

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

(Spalten von A) an. Was ist der Spaltenrang von A ?

b) Geben Sie eine Basis von

$$\text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$$

(Zeilen von A) an. Was ist der Zeilenrang von A ?

Die Übungsblätter, Musterlösungen und das Skript in der jeweils aktuellen Fassung finden Sie auch auf der Webseite zur Vorlesung:

<http://numod.ins.uni-bonn.de/teaching/ws12/ingmath1/>