



Algorithmische Mathematik

Wintersemester 2013
Prof. Dr. Marc Alexander Schweitzer und
Dr. Einar Smith
Patrick Diehl und Daniel Wissel

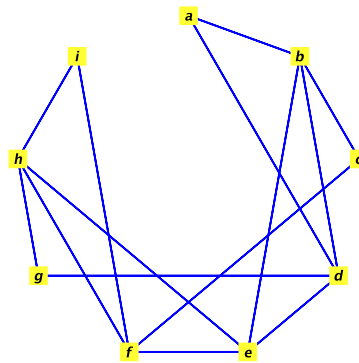


Übungsblatt 3.

Abgabe am 11.11.2013.

Aufgabe 1. (Eulerkreis und Eulerweg)

Ein Eulerweg ist ein Weg π , der alle Kanten im Graphen genau einmal enthält. Gelangt man über den Weg π wieder zum Startknoten, dann ist es ein Eulerkreis.



- Gibt es in diesem Graphen einen Eulerweg oder Eulerkreis? Wenn ja, dann geben Sie diesen an.
- Welche Bedingungen muss ein stark zusammenhängender gerichteter Graph erfüllen, um einen Eulerweg oder einen Eulerkreis zu enthalten?
- Geben Sie einen Algorithmus an, der in $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ entscheidet, ob der gegebene Graph einen Eulerkreis beinhaltet. Nehmen Sie an, dass $|V|$ die Anzahl der Knoten, $|E|$ die Anzahl der Kanten ist, und der Graph mittels Adjazenzlisten gespeichert wird.

Hinweis: Erklären sie in Stichpunkten wie Ihr Algorithmus abläuft.

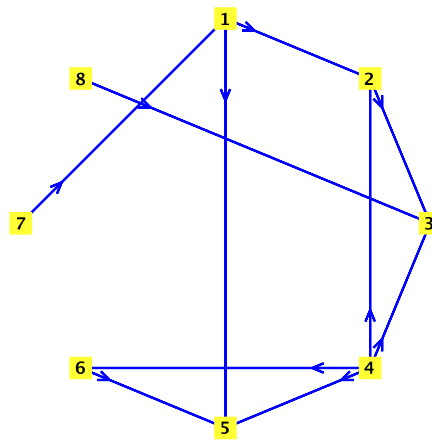
d. Anwendung:

Aus Ihrer Kindheit kennen Sie sicher noch das Spiel “Das Haus vom Nikolaus”. Hierbei stellt sich die Frage, ob eine bestimmte geometrische Figur innerhalb von einem Zug gezeichnet werden kann, ohne eine Linie doppelt zu zeichnen. Lösen Sie dieses Problem, indem Sie “Das Haus vom Nikolaus” als Graphen repräsentieren. Prüfen Sie, ob es einen Eulerweg oder Eulerkreis gibt.

Hinweis: Der Grad eines Knoten $grad(v_i)$ entspricht der Anzahl der eingehenden Kanten des Knoten.

(1 + 2 + 3 + 1 = 7 Punkte)

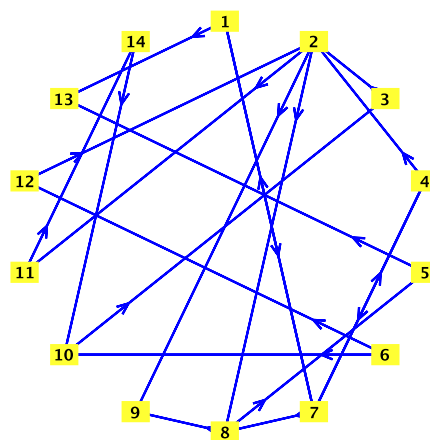
Aufgabe 2. (Adjazenzmatrix und Adjazenzliste)



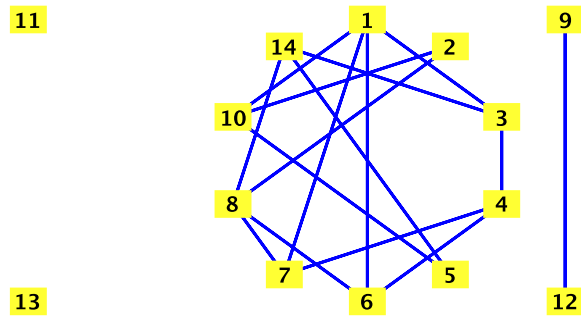
- Geben Sie die Adjazenzliste für alle Knoten des Graphen an.
- Geben Sie die Adjazenzmatrix für den Graphen an.
- Leiten Sie eine Formel her, die mit Hilfe der Adjazenzmatrix A bestimmt, ob ein Weg vom Knoten i zum Knoten j der Länge $\leq n$ existiert.
- Berechnen Sie alle Wege der Länge 7 mit der Formel aus der vorherigen Aufgabe.
(2 + 2 + 2 + 1 = 7 Punkte)

Aufgabe 3. (Zusammenhangskomponenten)

- Bestimmen Sie in diesem Graph alle starken Zusammenhangskomponenten.



b. Bestimmen Sie in diesem Graph alle Zusammenhangskomponenten.



(3 + 3 = 6 Punkte)