

**Aufgabe 39:** Berechnen Sie die Taylorentwicklung der Funktion

$$f(x, y) = x^3 - 7xy + 2x^2y$$

im Punkt  $(1, 1)$  mit Restglied der Ordnung 4. Überprüfen Sie durch Ausmultiplikation, ob die Taylorentwicklung gleich der Funktion ist.

**Aufgabe 40:** Entwickeln Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto e^{-\|x-x_0\|^2}$$

nach Taylor an der Stelle  $x = x_0$  bis einschließlich Terme zweiter Ordnung.

**Aufgabe 41:** Gesucht ist die Schnittmenge der beiden Zylinder

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= 1, \\x^2 + z^2 &= 1.\end{aligned}$$

- (i) Zeigen Sie, dass die Schnittmenge aus zwei geschlossenen Kurven besteht und jede der beiden Kurven durch einen Schnitt einer Ebene mit einem Zylinder beschrieben werden kann.
- (ii) Finden Sie eine Parameterdarstellung für beide Schnittkurven.
- (iii) Bestimmen Sie mit dem **Satz über implizite Funktionen** die Tangentenvektoren an die Schnittmenge.

**Tipp:** Fertigen Sie eine Skizze der Situation an!

**Aufgabe 42:** Betrachten Sie die Gleichungen:

$$h(x, y, z) := (x - 2)^2 + y^2 + z^2 - 4 = 0,$$

$$g(x, y, z) := x - 1 = 0,$$

$$\mathbf{f}(x, y, z) := \begin{pmatrix} h(x, y, z) \\ g(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Geben Sie eine geometrische Interpretation der Situation an. Welche Figuren schneiden sich hier? Was ist die Schnittmenge dieser Figuren?
- b) Beschreiben Sie die Schnittmenge vollständig (in insgesamt 4 Stücken) als Funktionen über  $z$  bzw. über  $y$ .

**Tipp:** Fertigen Sie eine Skizze der Situation an!