



Numerical Algorithms

Winter Semester 2014/2015
Dozent: Prof. Dr. Beuchler
Assistent: Katharina Hofer



Aufgabenblatt 10. Abgabedatum **Theorie: 7.1.2015, Programm: 13.1.2015.**

1. C++/C. [5 Punkte.] Diagonalvorkonditionierer:

- (a) Für den Diagonalvorkonditionierer brauchen wir die Diagonale der Elementmatrizen. Sie soll in der Methode

```
void ElementMatVec::get_diagonal(Vector & diag)
```

aus den Elementmatrizen herausgeschrieben werden.

- (b) Speichere die invertierte Diagonale in `invdiag_` in der Methode

```
void Prec::set_prec()
```

Die Diagonalelemente die durch die OXA Technik sehr groß sind, sollen in der inversen Diagonale Null gesetzt werden.

- (c) Implementiere den Multiplikationsoperator in der Klasse `Prec` sodass der Operator eine Anwendung des Diagonalvorkonditionierers ausführt

```
Vector Prec::operator*(const Vector & x) const;
```

- (d) Verwende den Vorkonditionierer in

```
Prob::solve()
```

und vergleiche die Iterationszahlen mit und ohne Anwendung des Vorkonditionierers für Beispiel 1.2 (a). Führe dazu jeweils 10 uniforme h Verfeinerungen aus bzw. 10 Mal PFEM. Was ändert sich an den Iterationszahlen? Begründe die Beobachtungen!

2. C++/C. [6 Punkte.] L_2 -Fehler. Implementation des L_2 -Fehlers, hp -FEM und Ergebnisse.

- (a) Implementiere die Methode

```
double L2Norm::calc_l2norm(const Mesh1D & mesh, const Vector & u,  
const Functor1D & func) const
```

die $\|u - u_h\|_{L_2(\Omega)}$ berechnet.

- (b) Implementiere eine hp -Verfeinerung für Beispiel 1.2 (b). In jedem Verfeinerungsschritt soll ein Element entweder h oder p verfeinert werden. Entscheide anhand der a-priori Information an welchen Stellen h verfeinert werden soll und an welchen p . Die Implementation erfolgt in der Methode

```
void Prob::refine(string typeOfRef)
```

wobei `typeOfRef = hpFEM` sein soll.

(c) Berechne den L_2 -Fehler für die Beispiele 1.2 (a) und (b) für uniforme h -Verfeinerung, p -Verfeinerung und der implementierten hp -Verfeinerung. Führe dazu in jedem Fall 12 Verfeinerungen durch. Welche Konvergenzordnung bekommt man für die verschiedenen Beispiele bzw. Verfeinerungen? Zeichne weiters den L_2 - Fehler in Abhängigkeit der Freiheitsgrade (z.B. mit Matlab).

3. **Theoriebeispiel. [6 Punkte.]** Betrachtet werden die eindimensionale Euler-Gleichungen (2.17) aus der Vorlesung. Man zeige daraus, dass die folgenden Beziehungen gelten:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \text{ mit } a = \sqrt{\gamma p / \rho} \quad (3)$$

4. **Theoriebeispiel. [3 Punkte.]** Man schreibe (1) - (3) als

$$\frac{\partial q}{\partial t} + A(q) \frac{\partial q}{\partial x} = 0$$

und gebe $A(q)$ an.

5. **Theoriebeispiel. [3 Punkte.]** Man zeige, dass (1) - (3) hyperbolisch ist. Ist es strikt hyperbolisch?