Numerical Algorithms

Winter Semester 2014/2015
Dozent: Prof. Dr. Beuchler
Assistent: Katharina Hofer

universitätbonn

Aufgabenblatt 2.

Abgabedatum **Theorie: 21.10.2014**.

1. **Theoriebeispiel. [10 Punkte.]** Sei $\hat{K}_n(x)$ das n-te skalierte integrierte Legendre-Polynome (siehe erstes Übungsblatt).

   (a) Berechne die Einträge der Massematrix

   $$\int_{-1}^{1} \hat{K}_n(x)\hat{K}_m(x)dx$$

   und der Steifigkeitsmatrix

   $$\int_{-1}^{1} \nabla\hat{K}_n(x)\nabla\hat{K}_m(x)dx$$

   auf dem Referenzintervall $[-1,1]$ für allgemeine n, m.

   (b) Berechne damit anschließend die Masse- und die Steifigkeitsmatrix für $p = 5$.

2. **Theoriebeispiel. [5 Punkte.]** Wir setzen als eindimensionale Basisfunktionen ψ_i die Funktionen

   $$\psi_i(x) = \hat{K}_i(x) \qquad i \geq 0.$$

   Weiterhin sei $\psi_{ij}(x,y) = \psi_i(x)\psi_j(y)$. Zeige dass die Berechnung der Steifigkeitsmatrix

   $$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \nabla\varphi_{ij}(x,y)\nabla\varphi_{kl}(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$$

   auf die Berechnung eindimensionaler Integrale reduziert werden kann.

3. **Theoriebeispiel. [5 Punkte.]**

   (a) Stelle eine Basis für das Referenzquadrat $[-1,1]^2$ analog zur Vorlesung auf. Verwende dafür die in der Vorlesung definierten Hutfunktionen, wähle die Kantennummerierung analog zur Vorlesung und verwende statt der integrierten Legendre-Polynome $\hat{L}_n(x)$ die skalierten integrierten Legendre-Polynome $\hat{K}_n(x)$.

   (b) Skizziere/Zeichne die Basisfunktionen für $p = 3$ (Hinweis: Verwende Mathematica/Maple/Matlab.)