



## Übungen zu Einführung in die Grundlagen der Numerik (V2E1) Wintersemester 2015/16

Prof. Dr. Martin Rumpf — Alexander Effland — Behrend Heeren — Stefan Simon

### Anwesenheitsaufgaben Blatt 3

#### Aufgabe 7

Zeigen Sie, dass die Gleitkomma-Realisierung der Rückwärts-Substitution zur Lösung eines gestaffelten linearen Gleichungssystems  $\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{c}$  im Sinne der Rückwärts-Analyse stabil ist. Formulieren Sie einen entsprechenden präzisen Satz und skizzieren Sie einen Beweis.

#### Aufgabe 8

Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$  mit

$$\mathbf{A} = \left( \begin{array}{c|c} \mathbf{R} & \mathbf{v} \\ \hline \mathbf{u}^T & 0 \end{array} \right),$$

wobei  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$  obere Dreiecksmatrix,  $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n-1}$  und  $\mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ .

- (i) Geben Sie die bei der LR-Zerlegung entstehende L-Matrix an.
- (ii) Zeigen Sie:  $\mathbf{A}$  ist regulär  $\Leftrightarrow \mathbf{u}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v} \neq 0$ .

#### Aufgabe 9

Sei  $\mathbf{A} \in GL(n)$  eine symmetrisch positiv definite Matrix. Zeigen Sie:

$$\kappa(\mathbf{A}) = \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A})}{\lambda_{\min}(\mathbf{A})}.$$