



Übungen zu Einführung in die Grundlagen der Numerik (V2E1) Wintersemester 2015/16

Prof. Dr. Martin Rumpf — Alexander Effland — Behrend Heeren — Stefan Simon

Anwesenheitsaufgaben Blatt 3

Aufgabe 7

Zeigen Sie, dass die Gleitkomma-Realisierung der Rückwärts-Substitution zur Lösung eines gestaffelten linearen Gleichungssystems $\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{c}$ im Sinne der Rückwärts-Analyse stabil ist. Formulieren Sie einen entsprechenden präzisen Satz und skizzieren Sie einen Beweis.

Aufgabe 8

Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mit

$$\mathbf{A} = \left(\begin{array}{c|c} \mathbf{R} & \mathbf{v} \\ \hline \mathbf{u}^T & 0 \end{array} \right),$$

wobei $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ obere Dreiecksmatrix, $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n-1}$ und $\mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$.

- (i) Geben Sie die bei der LR-Zerlegung entstehende L-Matrix an.
- (ii) Zeigen Sie: \mathbf{A} ist regulär $\Leftrightarrow \mathbf{u}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v} \neq 0$.

Aufgabe 9

Sei $\mathbf{A} \in GL(n)$ eine symmetrisch positiv definite Matrix. Zeigen Sie:

$$\kappa(\mathbf{A}) = \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A})}{\lambda_{\min}(\mathbf{A})}.$$