Institut für Numerische Simulation
Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

universitätbonn

Übungen zu Einführung in die Grundlagen der Numerik (V2E1)

Wintersemester 2015/16

Prof. Dr. Martin Rumpf — Alexander Effland — Behrend Heeren — Stefan Simon

Übungsblatt 1 — Abgabe: 03.11.2015

Aufgabe 1 — 4 Punkte

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 4x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 3 \\ 3x_1 & & & + & x_3 & + & x_4 & = & 2 \\ x_1 & - & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & -4 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 6\,. \end{array}$$

Aufgabe 2 — 4 Punkte

(i) Bestimmen Sie die Anzahl der Multiplikationen für die Cramersche Regel und den Gauß-Algorithmus beim Lösen von 3×3-Gleichungssystemen.
(ii) Bestimmen Sie das grundsätzliche Verhalten der Anzahl der nötigen Multiplikationen zum Lösen von $n \times n$-Gleichungssystemen beider Verfahren.
Hinweis: Sie dürfen beim Gauß-Algorithmus davon ausgehen, dass während des Verfahrens keine Nulleinträge auftreten.

Aufgabe 3 — 4 Punkte

Für eine Funktion $f(x), x \in [a,b]$, ist das Interpolationspolynom p_k vom Grad k, das Polynom k-ten Grades, für das gilt:

$$f(x_i) = p_k(x_i) \text{ für } i \in \{0, ..., k\} \wedge x_i = a + \frac{i(b-a)}{k}.$$

(i) Bestimmen Sie das lineare Gleichungssystem zur Berechnung von p_k.
(ii) Interpolieren Sie die Funktion $f(x) = x^4$, $x \in [0,1]$, durch ein Polynom zweiten Grades. Skizzieren Sie f und die Interpolierende.

Aufgabe 4 — 4 Punkte

Beweisen Sie, dass die bei der LR-Zerlegung regulärer Matrizen entstehenden Mengen von Matrizen $\{L\}, \{R\}$ Untergruppen von $GL(n)$ sind. Zeigen Sie, dass die LR-Zerlegung eindeutig ist, falls sie existiert.