



## Übungen zu Einführung in die Grundlagen der Numerik (V2E1) Wintersemester 2015/16

Prof. Dr. Martin Rumpf — Alexander Effland — Behrend Heeren — Stefan Simon

### Übungsblatt 4

**Abgabe: 24.11.2015**

#### Aufgabe 12

**4 Punkte**

Wenden Sie das Gram-Schmidtsche Orthonormalisierungsverfahren auf die Spaltenvektoren einer regulären  $n \times n$  Matrix  $\mathbf{A} = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$  an. Interpretieren Sie dieses Verfahren als **QR**-Zerlegung von  $\mathbf{A}$  und geben Sie die Matrizen  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  an.

#### Aufgabe 13

**4 Punkte**

Bestimmen Sie die exakte Anzahl der Multiplikationen des Gram-Schmidtschen Orthonormalisierungsverfahrens bei der Anwendung auf die Spaltenvektoren von  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n,n}$ .

#### Aufgabe 14

**4 Punkte**

Zeigen Sie, dass zu  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$  mit  $\text{Rang } \mathbf{A} = n = \min(n, m)$  eine Matrix  $\mathbf{A}^+$  existiert, so dass  $\mathbf{A}^+ \mathbf{A} = \mathbb{1}$  gilt. Geben Sie ein Beispiel dafür an, dass im Allgemeinen  $\mathbf{A} \mathbf{A}^+ \neq \mathbb{1}$  ist.

#### Aufgabe 15

**4 Punkte**

Berechnen Sie unter Benutzung des Householder-Verfahrens die **QR**-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ \sqrt{12} & 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}.$$