



Übungen zu Einführung in die Grundlagen der Numerik (V2E1) Wintersemester 2015/16

Prof. Dr. Martin Rumpf — Alexander Effland — Behrend Heeren — Stefan Simon

Übungsblatt 4

Abgabe: 24.11.2015

Aufgabe 12

4 Punkte

Wenden Sie das Gram-Schmidtsche Orthonormalisierungsverfahren auf die Spaltenvektoren einer regulären $n \times n$ Matrix $\mathbf{A} = (a_{ij})_{i,j=1,\dots,n}$ an. Interpretieren Sie dieses Verfahren als **QR**-Zerlegung von \mathbf{A} und geben Sie die Matrizen \mathbf{Q} , \mathbf{R} an.

Aufgabe 13

4 Punkte

Bestimmen Sie die exakte Anzahl der Multiplikationen des Gram-Schmidtschen Orthonormalisierungsverfahrens bei der Anwendung auf die Spaltenvektoren von $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n,n}$.

Aufgabe 14

4 Punkte

Zeigen Sie, dass zu $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m,n}$ mit $\text{Rang } \mathbf{A} = n = \min(n, m)$ eine Matrix \mathbf{A}^+ existiert, so dass $\mathbf{A}^+ \mathbf{A} = \mathbb{1}$ gilt. Geben Sie ein Beispiel dafür an, dass im Allgemeinen $\mathbf{A} \mathbf{A}^+ \neq \mathbb{1}$ ist.

Aufgabe 15

4 Punkte

Berechnen Sie unter Benutzung des Householder-Verfahrens die **QR**-Zerlegung der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ \sqrt{12} & 0 & \sqrt{3} \end{pmatrix}.$$