

**Aufgabe 21:** Gegeben seien zwei Matrizen  $A, B \in \mathbb{R}^{n,n}$ . Zeigen Sie:

- Sind beide Matrizen  $A$  und  $B$  orthogonal, so ist auch die Matrix  $AB$  orthogonal.
- Ist die Matrix  $A$  orthogonal, dann gilt  $|\det A| = 1$ .

**Aufgabe 22:** Betrachten Sie die Spiegelungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & -\cos \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix  $A$ .

**Aufgabe 23:** Betrachten Sie eine Drehmatrix der Form

$$A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

und Spiegelungsmatrizen der Form

$$B = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \beta & -\cos \beta \end{pmatrix}, \quad \beta \in \mathbb{R}$$
$$C = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ \sin \gamma & -\cos \gamma \end{pmatrix}, \quad \gamma \in \mathbb{R}.$$

- Berechnen Sie die Matrix  $AB$ .
- Berechnen Sie die Matrix  $BC$ .
- Da  $A, B$  und  $C$  in  $O(2)$  liegen, sind auch die beiden Matrizen  $AB$  und  $BC$  orthogonal. Handelt es sich bei  $AB$  bzw.  $BC$  jeweils um eine Drehung oder Spiegelung?

**Aufgabe 24:** Welche Aussagen sind richtig?

- Die Eigenwerte einer Drehmatrix sind stets  $\pm 1$ .  
ja                       nein
- Die Eigenwerte einer Spiegelungsmatrix sind stets  $\pm 1$ .  
ja                       nein
- Die Eigenwerte einer beliebigen orthogonalen Matrix sind stets  $\pm 1$ .  
ja                       nein
- Die Determinante einer beliebigen orthogonalen Matrix ist  $\pm 1$ .  
ja                       nein
- Jede längentreue (d.h. orthogonale) lineare Abbildung ist auch winkeltreu.  
ja                       nein
- Jede winkeltreue lineare Abbildung ist auch längentreu.  
ja                       nein