

**Aufgabe 25:** Es sei  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- Berechnen Sie  $\mathbf{B} = e^{t\mathbf{A}}$ .
- Bestimmen Sie  $\mathbf{B}^{-1}$ . Welche Matrix erhalten Sie?
- Zeigen Sie  $\mathbf{B}^{-1} = e^{t\mathbf{A}^T} = (e^{t\mathbf{A}})^T$ .

**Aufgabe 26:** Es seien  $u, v \in \mathbb{R}^n$  mit  $u \neq v$  und  $\|u\| = \|v\|$ . Weiter sei  $n := u - v$ .

- Zeigen Sie, dass für die durch  $S_n x := x - 2 \frac{x \cdot n}{\|n\|^2} n$  definierte Spiegelungsmatrix  $S_n$  gilt  $S_n u = v$  und  $S_n v = u$ .
- Sei  $u = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie  $v$  der Form  $v = \begin{pmatrix} * \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  mit  $\|u\| = \|v\|$ . Berechnen Sie die Matrix  $S_{u-v}$  aus Aufgabenteil (a).
- Multiplizieren Sie diese Matrix von links an die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 27:** Lösen Sie mit Hilfe der QR-Zerlegung das lineare Gleichungssystem  $Ax = b$  mit

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 28:** Bestimmen Sie  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$  so, daß

$$f(x, y) = \left\| \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 6 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 45 \end{pmatrix} \right\|^2$$

minimal wird.

Berechnen Sie den Wert der Funktion  $f$  an dieser Stelle.