Übungen zur Analysis in mehreren Veränderlichen

Universität Bonn, Wintersemester 2016/17
Prof. Dr. Carsten Burstedde
Stand: 16. Januar 2017

Blatt 11

Ausgabe: 12.1.2017
Abgabe: 19.1.2017

Aufgabe 36 (3 Punkte). *1. Geben Sie eine Folge von offenen Mengen O_i an, $i \in \mathbb{N}$, deren Durchschnitt nicht offen ist.*

2. Geben Sie eine Folge von abgeschlossenen Mengen an, deren Vereinigung nicht abgeschlossen ist.

Aufgabe 37 (5 Punkte). *Sei $g : (0,\infty) \times \mathbb{R} \to (0,\infty) \times (0,\infty)$ definiert als*

$$g(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 e^y \\ 1/x \end{pmatrix}. \tag{11.1}$$

Bestimmen Sie Dg und $(Dg)^{-1}$, wo immer es existiert, und die Ableitung der Umkehrfunktion $D(g^{-1})$.

Aufgabe 38 (2+2+3 Punkte). *Sei $F : \mathbb{R} \times (0,\pi) \to \mathbb{R}$ gegeben durch*

$$F(x,y) = \frac{e^x}{\sin(y)} - \frac{2}{\sqrt{2}} \tag{11.2}$$

und sei $(x_0, y_0) = (0, \pi/4)$.

1. *Nutzen Sie den Satz über implizite Funktionen, um die Existenz zweier Intervalle $I, J \subset \mathbb{R}$ sowie einer Funktion $\varphi : I \to J$ zu beweisen, die erfüllen: $x_0 \in I$, $y_0 \in J$ und $F(x, \varphi(x)) = 0$ für $x \in I$.*

2. *Geben Sie gültige Intervalle I, J an. Was ist φ?*

3. *Nutzen Sie die Formel für die Ableitung, um zu beweisen, daß φ der Gleichung $\varphi' - \tan(\varphi) = 0$ genügt.*

Aufgabe 39 (2+3 Punkte). *Bestimmen Sie mithilfe von Lagrangemultiplikatoren mögliche Extrema von f unter den angegebenen Nebenbedingungen,*

$$f(x,y) = x - y \quad \text{auf} \quad S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 = 2\}, \tag{11.3a}$$
$$f(x,y,z) = x - y + z \quad \text{auf} \quad S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 2\}. \tag{11.3b}$$