Übungen zur Analysis in mehreren Veränderlichen

Universität Bonn, Wintersemester 2016/17
Prof. Dr. Carsten Burstedde
Stand: 26. Januar 2017

Blatt 13

Ausgabe: 26.1.2017
Abgabe: 2.2.2017

Aufgabe 44 (1 + 3 Punkte). *Sei $A \in \mathbb{R}^{m\times p}$, $B \in \mathbb{R}^{p\times n}$.*

1. *Zeigen Sie für $v \in \mathbb{R}^n$ unter Nutzung bekannter Aussagen, daß*

$$|ABv| \leq |A|\,|B|\,|v|\,. \tag{13.1}$$

2. *Zu zeigen ist $|AB| \leq |A|\,|B|$. Schreiben Sie dazu jeden Eintrag von AB als Skalarprodukt einer Zeile von A mit einer Spalte von B und wenden Sie darauf die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung an.*

Aufgabe 45 (5 Punkte). *Bestimmen Sie mithilfe von Lagrangemultiplikatoren die Punkte auf der Kurve $x^2 + 3y^2 + xy = 4$ im $\mathbb{R}^2$, die den kleinsten und größten Abstand vom Ursprung haben.*

Aufgabe 46 (2+3 Punkte).

1. *Lösen Sie die Gleichung*

$$\dot{x} + 7x = 2, \quad x(0) = x_0, \tag{13.2}$$

mit dem Ansatz $x(t) = a + be^{ct}$. Ist die Lösung eindeutig?

2. *Lösen Sie die Gleichung*

$$\dot{x} = xt + t - 2x - 2, \quad x(0) = 2, \tag{13.3}$$

durch Trennung der Variablen. Ist die Lösung eindeutig?

Aufgabe 47 (3 + 2 + 1 Punkte). *Beweisen Sie die Gleichheit zweier Funktionen $f(\alpha) \overset{?}{=} g(\alpha)$ für alle $\alpha \in \mathbb{R}$ dadurch, daß sie dieselbe Differentialgleichung erfüllen:*

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \tag{13.4a}$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta, \tag{13.4b}$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta. \tag{13.4c}$$