Übungen zur Analysis in mehreren Veränderlichen

Universität Bonn, Wintersemester 2016/17
Prof. Dr. Carsten Burstedde
Stand: 15. Dezember 2016

Blatt 9

Ausgabe: 15.12.2016
Abgabe: 22.12.2016

Aufgabe 28 (3 Punkte). *Seien die Mengen O offen und A abgeschlossen. Zeigen Sie, daß $O \setminus A$ offen ist.*

Aufgabe 29 (3 Punkte). *Sei $\gamma \in C^1([a,b];\mathbb{R}^m)$ ein Weg und $F \in C^0(\gamma([a,b];\mathbb{R}^m))$. Angenomen $|F| \leq M$, beweisen Sie, daß*

$$\left| \int_\gamma F \cdot \mathrm{d}\vec{x} \right| \leq ML(\gamma). \tag{9.1}$$

Aufgabe 30 (2+3 Punkte).

1. *Sei $f \in C^0(\mathbb{R}^2;\mathbb{R})$. Zeigen Sie: Das Wegintegral von f über einen durch Polarkoordinaten $r = r(\theta)$, $\theta_a \leq \theta \leq \theta_b$, gegebenen Weg ist*

$$\int_{\theta_a}^{\theta_b} f(r\cos\theta, r\sin\theta)\sqrt{r^2 + r'(\theta)^2}\mathrm{d}\theta. \tag{9.2}$$

2. *Berechnen Sie die Länge der Kurve, die durch $r = 1 + cos(\theta)$ definiert ist, $\theta \in [0, 2\pi]$.*

Aufgabe 31 (4 Punkte). *Bestimmen Sie die Masse des Drahtes, der der Schnittkurve der Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ mit der Ebene $x + y + z = 0$ folgt. Die Dichte des Drahtes ist gegeben durch $\rho(x,y,z) = x^2$ Gramm pro Längeinheit.*

Aufgabe 32 (3+2 Punkte). *Seien γ ein stetig differenzierbarer Weg von $(0,0)$ nach $(3,-2)$ und $F(x,y) = (2xye^y, x^2e^y(1+y))$. Berechnen Sie*

$$\int_\gamma F \cdot \mathrm{d}\vec{x} \tag{9.3}$$

1. *nach Definition des Wegintegrals für irgendeinen Weg γ zwischen diesen Punkten, den Sie sich selbst aussuchen,*

2. *mithilfe einer Stammfunktion von F.*